

برعاية معالي وزير التربية والتعليم
الأستاذ الدكتور/ رضا حجازي

وتوجيهات رئيس الادراة المركزية لتطوير المناهج

د / أكرم حسن

شرح مبسط وتمارين متنوعة لمنهج الرياضيات

للصف الثاني الإعدادي

للعام الدراسي 2024/2023

لجنة الإعداد

د/مدحت شعراوي

أ/عماد حسن

أ/محمد مغيرة

لجنة المراجعة

أ/ سمير محمد سعداوي

أ/ عصام أبوسالم

أ/ ايهاب فتحي

إشراف علمي

مستشار الرياضيات

أ/ منال عزقول



فهرس الوحدة الأولى

الوحدة الأولى : الأعداد الحقيقة

الدرس الأول: الجذر التكعيبي للعدد النسبي

ملخص الدرس:

★ الجذر التربيعي للعدد النسبي أ هو العدد الذي مكعبه يساوي أ

★ يرمز للجذر التكعيبي للعدد النسبي أ بالرمز $\sqrt[٣]{أ}$

★ $\sqrt[٣]{أ^{٣}} = أ$

ملحوظة :

- الجذر التكعيبي لعدد نسبي موجب يكون موجباً فمثلا : $\sqrt[٣]{٨} = ٢$
- الجذر التكعيبي لعدد نسبي سالب يكون سالباً فمثلا : $\sqrt[٣]{-٢٧} = -٣$
- $\sqrt[٣]{صفر} = صفر$
- يمكن إيجاد الجذر التكعيبي للعدد النسبي المكعب الكامل :

(١) بتحليل العدد إلي عوامله الأولية (٢) باستخدام الالة الحاسبة

مثال محلول (١):

باستخدام التحليل أوجد قيمة كل مما يلي و تحقق من صحة الناتج باستخدام الالة الحاسبة :

(١) $\sqrt[٣]{٥١٢}$ (٢) $\sqrt[٣]{2\frac{-10}{27}}$ (٣) $\sqrt[٣]{٠,٣٤٣}$

الحـــــــــــل

(١) $\sqrt[٣]{٥١٢} = ٢ \times ٢ \times ٢ = ٨$

١٢	٢
٢٥٦	٢
١٢٨	٢
٦٤	٢
٣٢	٢
١٦	٢
٨	٢
٤	٢
٢	٢
١	

(٢) $\sqrt[3]{-2\frac{10}{27}} = \sqrt[3]{\frac{-64}{27}} = \frac{-2 \times 2}{3} = \frac{-4}{3}$

٦٤	٢
٣٢	٢
١٦	٢
٨	٢
٤	٢
٢	٢
١	

٢٧	٣
٩	٣
٣	٣
١	

(٣) $\sqrt[3]{0.343} = \sqrt[3]{\frac{343}{1000}} = \frac{7}{10} = 0.7$

٣٤٣	٧
٤٩	٧
٧	٧
١	

تدريب (١): باستخدام التحليل أوجد قيمة كل مما يلي و تحقق من صحة الناتج باستخدام الالة الحاسبة :

(١) $\sqrt[3]{216}$ (٢) $\sqrt[3]{-125}$ (٣) $\sqrt[3]{0.729}$

مثال محلول (٢): أوجد في ح مجموعة حل المعادلة : $س^3 - 2 = 6$



$س^3 - 2 = 6$ ⟵ $س^3 = 8$ ⟵ $س = \sqrt[3]{8} = 2$

∴ مجموعة الحل = { ٢ }

تدريب (٢): أوجد في ح مجموعة حل المعادلة : $س^3 + 5 = 4$

مثال محلول (٣): اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) $\sqrt[3]{(-27)^2}$ = ...

أ) ٩ ب) ٣ ج) −٣ د) − ٩

(٢) $\sqrt[3]{0.008} + 0.8$ = ...

أ) ٠,١٦ ب) ٠,٨٨ ج) 1 د) ١٠

(٣) $\sqrt[3]{-8} + \sqrt[3]{8} = \dots\dots\dots$

أ) ٨ ب) ٤ ج) صفر د) –٤

الحـــــــل

(١) أ) ٩ (٢) ج) 1 (٣) ج) صفر

تدريب (٣): اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) $\sqrt[3]{8} - \sqrt[3]{-1} = \dots\dots\dots$

أ) ٢ ب) ٣ ج) 7 د) ٩

(٢) $\sqrt[3]{0{,}027} \times \sqrt[3]{1000} = \dots\dots\dots$

أ) ٠,٠٣ ب) ٠,٣ ج) ٣ د) ٣٠

(٣) مجموعة حل المعادلة في ن : $2س^3 = -54$ هي ………

أ) { –٣ } ب) { ٣ } ج) ∅ د) { –٢ }

مثال محلول (٤): أوجد المساحة الكلية لمكعب حجمه ٢٧ سم^3

الحـــــــل

حجم المكعب = ل^3 (حيث ل طول حرف المكعب)

ل = $\sqrt[3]{27}$ = ٣ سم

∴ المساحة الكلية للمكعب = ٦ × (٣)^2 = ٥٤ سم^2

تدريب (٤): أوجد المساحة الكلية لمكعب حجمه ٦٤ سم^3

حل تدريب (١): (١) ٦ (٢) −٥ (٣) ٠,٩

حل تدريب (٢): { −١ }

حل تدريب (٣): (١) ب ٣ (٢) ج ٣ (٣) أ { −٣ }

حل تدريب (٤): ٩٦ سم^{٢}

تمارين على الدرس الأول

السؤال الأول: باستخدام التحليل أوجد قيمة كل مما يلي

(أ) $\sqrt[٣]{٠.٥١٢}$ (ب) $\sqrt[٣]{٢٤ + ٣}$ (ج) $\sqrt[٣]{-٨ \times ٢٧}$

السؤال الثاني: اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) $\sqrt[٣]{-٨} + \sqrt[٣]{٢٧} = \dots\dots\dots$

أ) ٥ ب) ٢ ج) ١ د) −٢

(٢) $\sqrt[٣]{١٥\frac{٥}{٨}} = \dots\dots\dots$

أ) ٥ ب) $\frac{٥}{٢}$ ج) ٢ د) $\frac{٢}{٥}$

السؤال الثالث: أوجد في ن مجموعة الحل لكل من المعادلات الاتية :

(١) $س^{٣} - ١ = ٧$

(٢) $٢س^{٣} = ٢$

(٣) $(س - ١)^{٣} - ٢ = ٦$

السؤال الرابع: أوجد المساحة الجانبية لمكعب حجمه ١٢٥ سم^{٣}



حلول تمارين على الدرس الأول

إجابة السؤال الأول:

(أ) ٠,٨ (ب) ٣ (جـ) − ٦

إجابة السؤال الثاني:

(١) ⓙ ١ (٢) ⓑ $\frac{٥}{٢}$

إجابة السؤال الثالث: ط

(١) { ٢ } (٢) { ١ } (٣) { ٣ }

إجابة السؤال الرابع: ١٠٠ سم^{٢}





الدرس الثاني : مجموعة الأعداد غير النسبية ن'

ملخص الدرس:

العدد غير النسبي ن' : هو العدد الذي لا يمكن وضعه علي صورة $\frac{أ}{ب}$

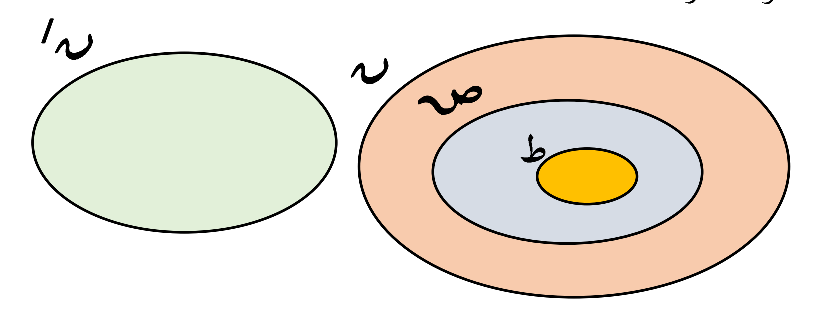
حيث : أ ∈ ص ، ب ∈ ص ، ب ≠ صفر

من أمثلة الأعداد غير النسبية:

(١) الجذور التربيعية للأعداد الموجبة التي ليست مربعات كاملة مثل : $\sqrt{٣}$ ، $\sqrt{١١}$ ، $\sqrt{١٥}$

(٢) الجذور التكعيبية للأعداد التي ليست مكعبات كاملة مثل : $\sqrt[3]{٧}$ ، $\sqrt[3]{-11}$ ، $\sqrt[3]{25}$

(٣) النسبة التقريبية π حيث : $\pi = \frac{\text{محيط الدائرة}}{\text{طول قطرها}}$ ، $\pi \simeq ٣,١٤١٥$



مجموعتان متباعدتان (منفصلتان)

ملحوظة

ن ∩ ن' = ∅

ن − ن' = ن

ن' − ن = ن'

مثال (١) : وضح أي من الأعداد التالية عدد نسبي وأيها غير نسبي.

١) $\sqrt{٩}$ ٢) $\sqrt[3]{-٨}$ ٣) $\sqrt{١٣}$ ٤) $\sqrt[3]{١٧}$ ٥) $\sqrt{٦\frac{١}{٤}}$ ٦) π

الحـــــــــــل

١) $\sqrt{٩} = ٣ \in$ ن

٢) $\sqrt[3]{-٨} = -٢ \in$ ن

٣) $\sqrt{١٣} \in$ ن'

٤) $\sqrt[3]{١٧} \in$ ن'

٥) $\sqrt{٦\frac{١}{٤}} = \sqrt{\frac{٢٥}{٤}} = \frac{٥}{٢} \in ن$ ٦) $\pi \in ن'$

تدريب (١): وضح أي من الأعداد التالية عدد نسبي وأيها غير نسبي.

١) $\sqrt{٣٦}$ ٢) $\sqrt[٣]{٠,٢٥}$ ٣) $\sqrt[٣]{٩}$ ٤) $\sqrt[٣]{-٦٤}$ ٥) $\sqrt[٣]{\frac{١٢٥}{٢٧}}$ ٦) $\left|\frac{-٤}{١١}\right|$

مثال (٢) : أكمل بوضع علامة $\in$ أو $\notin$ لتكون العبارة صحيحة :

١) $\sqrt{١٠}$ .... ن ٢) $-\sqrt{\frac{٣٦}{٤٩}}$ .... ن ٣) $\sqrt[٣]{٤١}$ ...... ن

٤) $\sqrt[٣]{-٠,٨}$ ..... ن' ٥) $\sqrt[٣]{-١٢٥}$ .... ن' ٦) $\sqrt{٥\frac{٤}{٩}}$ ...... ن'

الحـــــــــــــل

١) $\sqrt{١٠} \notin ن$ ٢) $-\sqrt{\frac{٣٦}{٤٩}} \in ن$ ٣) $\sqrt[٣]{٤١} \notin ن$

٤) $\sqrt[٣]{-٠,٨} \in ن'$ ٥) $\sqrt[٣]{-١٢٥} \notin ن'$ ٦) $\sqrt{٥\frac{٤}{٩}} \notin ن'$

تدريب (٢): أكمل بوضع علامة $\in$ أو $\notin$ لتكون العبارة صحيحة :

١) $\sqrt{\frac{٦٤}{٨١}}$ .... ن ٢) $-\sqrt{٢٩}$ .... ن ٣) $\sqrt[٣]{٢١٦}$ ...... ن

٤) $\sqrt[٣]{٠,٠٠١}$ ..... ن' ٥) $-\sqrt[٣]{٢٥}$ .... ن' ٦) $\sqrt{١\frac{٩}{١٦}}$ .... ن'

مثال (٣) : اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

(١) مربع طول ضلعه $\sqrt{٥}$ سم فإن مساحة سطحه = ... سم^{٢}

أ) $٢\sqrt{٥}$ ب) $٤\sqrt{٥}$ ج) ٥ د) ٢٥

(٢) $\sqrt{13}$ ∈ ....

أ) ط   ب) ص   ج) ن   د) ن′

(٣) ١ + $\sqrt{5}$ ∈ ....

أ) ط   ب) ص   ج) ن   د) ن′

(٤) ن ∩ ن′ = ...

أ) ∅   ب) ص   ج) ن   د) ن′

الحـــــــــــــل

(١) ٥   (٢) ن′   (٣) ن′   (٤) ∅

تدريب (٣): اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

(1) π ∈ ....

أ) ط   ب) ص   ج) ن   د) ن′

(2) $\sqrt{0,008}$ ∈ ....

أ) ط   ب) ص   ج) ن   د) ن′

(3) 9 + $\sqrt{2}$ ∈ ....

أ) ط   ب) ص   ج) ن   د) ن′

(4) ن − ن = ...

أ) ∅   ب) ص   ج) ن   د) ن′

حل تدريب (١):

(١) ن (٢) ن' (٣) ن' (٤) ن (٥) ن (٦) ن

حل تدريب (٢):

(١) ∈ (٢) ∉ (٣) ∈ (٤) ∉ (٥) ∈ (٦) ∉

حل تدريب (٣):

(١) ن' (٢) ن' (٣) ن' (٤) ن

تمارين علي الدرس الثاني

(١) أكمل ما يأتي باستخدام أحد الرمزين : ن أو ن'

(١) مربع طول ضلعه $\sqrt{7}$ سم فإن مساحة سطحه ∈ ....

(٢) $\left|-3\frac{1}{2}\right|$ ∈ .... (٣) $\sqrt[3]{-16}$ ∈ ....

(٤) صفر ∈ .... (٥) $\sqrt[3]{-1}$ ∈ ....

(٢) اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

(١) ن' .... ص

أ) ∈ ب) ∉ ج) ⊂ د) ⊄

(٢) $\sqrt{2\frac{1}{4}}$ ∈ ....

أ) ط ب) ص ج) ن د) ن'

(٣) $\sqrt[3]{25}$ ∈ ....

أ) ط ب) ص ج) ن د) ن'

(٣) اكتب أربعة أعداد غير نسبية محصورة بين : ٤ ، ٥



حلول تمارين على الدرس الثانى

(١) (١) $\in$ (٢) $\in$ (٣) $\notin$ (٤) $\in$ (٥) $\in$

(٢) (١) $\not\subset$ (٢) $\in$ (٣) $\notin$

(٣) الأعداد هي : $\sqrt{17}$ ، $\sqrt{18}$ ، $\sqrt{19}$ ، $\sqrt[3]{٩٤}$ ، $\sqrt[3]{٩٥}$



الدرس الثالث : إيجاد قيمة تقريبية للعدد غير النسبي

ملخص الدرس: لإيجاد قيمة تقريبية للعدد غير النسبي $\sqrt{2}$ بدون استخدام الالة الحاسبة نتبع الآتى :

(١) نبحث عن عدد مربع كامل أصغر من ٢ ، عدد مربع كامل أكبر من ٢ :

فنجد : $1 < 2 < 4$

(٢) بأخذ الجذر التربيعي للجميع

$\sqrt{1} < \sqrt{2} < \sqrt{4}$ ⟸ $1 < \sqrt{2} < 2$

(٣) بفحص القيم : $(1,1)^2 = 1,21$ ، $(1,2)^2 = 1,44$

$(1,3)^2 = 1,69$ ، $(1,4)^2 = 1,96$

$(1,5)^2 = 2,25$ ⟸ نجد أن : $1,4 < \sqrt{2} < 1,5$

(٤) فما سبق نلاحظ أن : $\sqrt{2}$ = ١,٤ + كسر عشري

تمثيل العدد غير النسبي على خط الاعداد:

تذكر أن : إذا كان المثلث أ ب جـ قائم الزاوية في ب

فإن : $(\text{أجـ})^2 = (\text{أب})^2 + (\text{بجـ})^2$ نظرية فيثاغورث

لتحديد النقطة التي تمثل $\sqrt{2}$ على خط الاعداد نتبع الخطوات التالية :

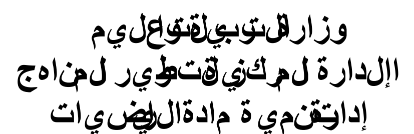
(١) نوجد ثلاثة أعداد تمثل أضلاع مثلث قائم الزاوية على أن تكون $\sqrt{2}$ طول أحد أضلاعه

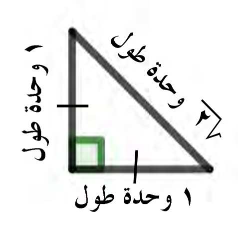
فنجد أن : الأطوال ١ ، ١ ، $\sqrt{2}$ تمثل أطوال اضلاع مثلث قائم الزاوية

حيث : $(1)^2 + (1)^2 = (\sqrt{2})^2$

أي أن طول وتر المثلث الذي طولا ضلعي القائمة ١ ، ١ وحدة طول

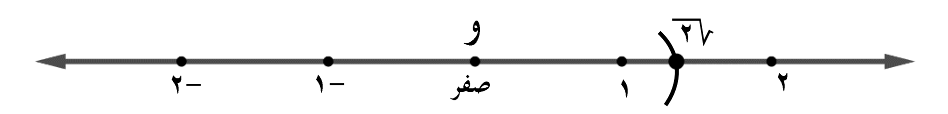
يساوي $\sqrt{2}$ وحدة طول



(٢) نرسم بالأدوات الهندسية مثلث قائم الزاوية طولا ضلعي القائمة ١ ، ١ وحدة طول فيكون طول وتر هذا المثلث $\sqrt{2}$ وحدة طول

(٣) نرسم خط الاعداد وارتكز بسن الفرجار في نقطة و ، وبفتحة تساوي طول وتر المثلث نرسم قوسا يقطع خط الاعداد على يمين و في نقطة هذه النقطة هي التي تمثل $\sqrt{2}$
وإذا رسم قوسا يقطع خط الاعداد على يسار و في نقطة هذه النقطة هي التي تمثل $-\sqrt{2}$



مثال (١) : أوجد قيمة تقريبية للعدد : $\sqrt{10}$

الحـــــــــــــل

٩ < ١٠ < ١٦ ⟸ ٣ < $\sqrt{10}$ < ٤

$(3.1)^2 = 9.61$ ، $(3.2)^2 = 10.24$

$\sqrt{10}$ = ٣,١ + كسر عشري ≃ ٣,١٤

تدريب (١): أوجد قيمة تقريبية للعدد $\sqrt{5}$

مثال (٢) : أوجد عددين صحيحين متتاليين ينحصر بينهما العدد : $\sqrt{5}$

الحـــــــــــــل

٤ < ٥ < ٩ ⟸ ٢ < $\sqrt{5}$ < ٣



$\sqrt{5}$ يقع بين العددين الصحصحين ٢ ، ٣

تدريب (٢): أوجد عددين صحيحين متتاليين ينحصر بينهما العدد : $\sqrt{12}$

مثال (٣) : أثبت أن : $\sqrt{٣}$ ينحصر بين : ١,٧ ، ١,٨

الحـــــــــــل

$(\sqrt{٣})^{٢} = ٣$ ، $(١,٧)^{٢} = ٢,٨٩$ ، $(١,٨)^{٢} = ٣,٢٤$

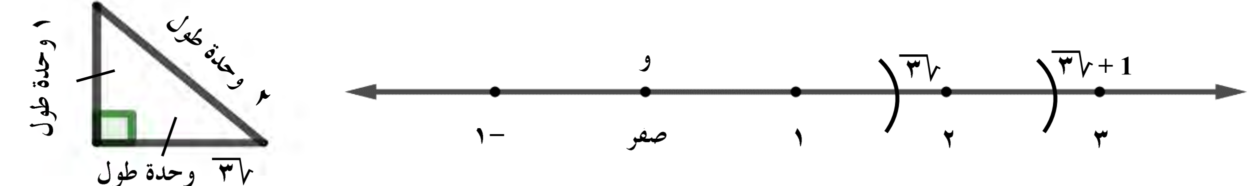
$٢.٨٩ < ٣ < ٣,٢٤$ ⟸ $١.٧ < \sqrt{٣} < ١,٨$

أي أن : $\sqrt{٣}$ ينحصر بين ١,٧ ، ١,٨

تدريب (٣): أثبت أن : $\sqrt{٧}$ ينحصر بين : ٢,٦٤ ، ٢,٦٥

مثال (٤) : ارسم خط الاعداد وحدد علية النقطة التي تمثل : $١ + \sqrt{٧}$





تدريب (٤): ارسم خط الاعداد وحدد علية النقطة التي تمثل : $١ + \sqrt{٥}$

مثال (٥) : أوجد في ح' مجموعة حل كل من المعادلات الاتية :

(١) $س^{٢} - ١ = ٤$ (٢) $س^{٣} = ٤$

الحـــــــــــل

(١) $س^{٢} = ٥$ ∴ $س = \pm \sqrt{٥}$ ∴ مجموعة الحل = $\{ \sqrt{٥} ، -\sqrt{٥} \}$

(٢) $س = \sqrt[٣]{٤}$ ∴ مجموعة الحل = $\{ \sqrt[٣]{٤} \}$

تدريب (٥): أوجد في ح' مجموعة حل كل من المعادلات الآتية :

(١) $س^{٣} = ١٠$ (٢) $(س - ١)^{٢} = ٤$

مثال (٦) : إذا كانت س عددا حقيقيا صحيحا ، $س < \sqrt{٧} < س + ١$ فأوجد قيمة س

الحـــــــــــــل

$٤ < ٧ < ٩$ ⟸ $٢ < \sqrt{٧} < ٣$ ⟸ $\therefore س = ٢$

تدريب (٦): إذا كانت س عددا حقيقيا صحيحا ، $س < \sqrt{٨٠} < س + ١$ فأوجد قيمة س

حل تدريب (١): $\sqrt{٥} \simeq ٢,٢$

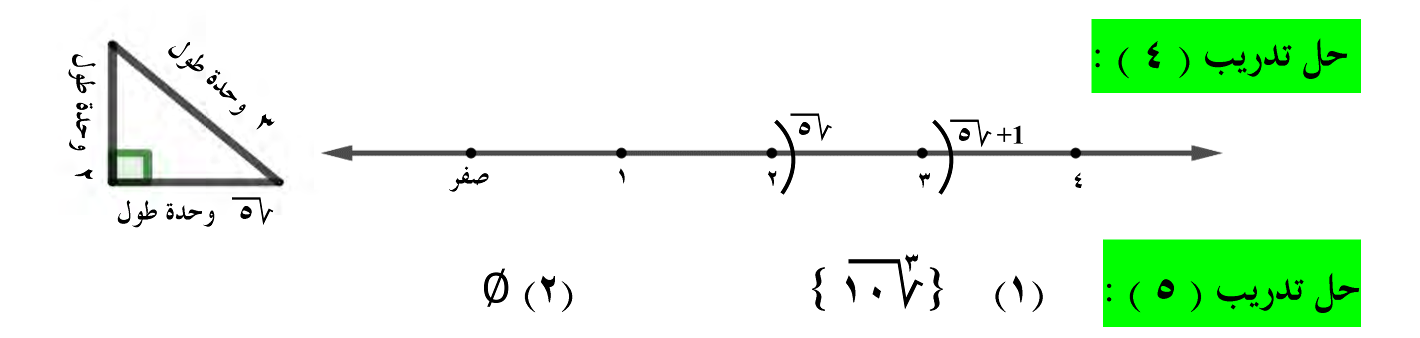
حل تدريب (٢): $\sqrt{١٢}$ يقع بين العددين الصحيحين : ٣ ، ٤

حل تدريب (٣): $(\sqrt{٧})^{٢} = ٧$ ، $(٢,٦٤)^{٢} = ٦,٩٧$ ، $(٢,٦٥)^{٢} = ٧,٠٢$

$٦,٩٧ < ٣ < ٧,٠٢$ ⟸ $٢,٦٤ < \sqrt{٧} < ٢,٦٥$

أي أن : $\sqrt{٧}$ تنحصر بين : ٢,٦٤ ، ٢,٦٥

حل تدريب (٤) :



حل تدريب (٥) : (١) $\{\sqrt[٣]{١٠}\}$ (٢) $\emptyset$

حل تدريب (٦) : $س = ٨$



تمارين علي الدرس الثالث

السؤال الأول: أوجد في ح مجموعة حل كل من المعادلات الاتية :

(١) $6س^{٢} = ١٨$ (٢) $3س^{٣} - ١ = ٢$ (٣) $س^{٣} - ١ = ٦$

السؤال الثاني: ارسم خط الاعداد وحدد عليه النقطة التي تمثل : $٣ - \sqrt{٢}$

السؤال الثالث: إذا كانت س عددا حقيقيا صحيحا ، $س < \sqrt{٥} < س + ١$ فأوجد قيمة س

السؤال الرابع: اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) العدد الغير نسبي المحصور بين ٢ ، ٣ هو ....

أ) $\sqrt{١٠}$ ب) $\sqrt{٧}$ ج) ٢,٥ د) $\sqrt{٣}$

(٢) المربع الذي مساحة سطحة ١٠ سم^{٢} يكون طول حرفة = ... سم

أ) − ٥ ب) $- \sqrt{١٠}$ ج) $\sqrt{١٠}$ د) ٥

(٣) $\sqrt{١٠} \simeq$ ....

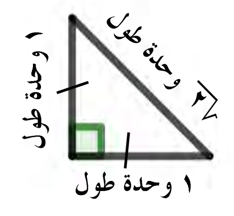
أ) ٢,٩٩ ب) ٣,٧١ ج) ٣ د) − ٣,٢

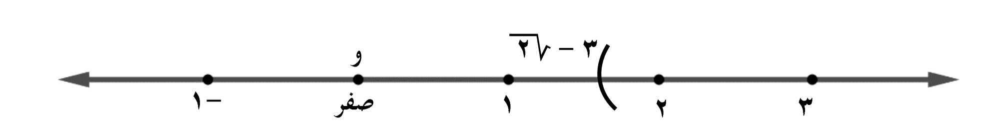


حلول تمارين على الدرس الثالث

إجابة السؤال الأول: (١) $\{\sqrt{٣}، -\sqrt{٣}\}$ (٢) $\emptyset$ (٣) $\{\sqrt[٣]{٧}\}$

إجابةالسؤال الثاني:





إجابة السؤال الثالث:

س = ٢

إجابة السؤال الرابع:

(١) ب $\sqrt{٧}$ (٢) ج $\sqrt{١٠}$ (٣) ج ٣



الدرس الرابع: مجموعة الأعداد الحقيقية

ملخص الدرس:

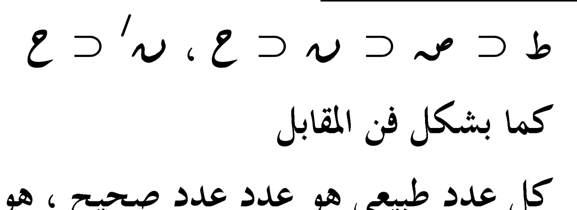
سبق أن درست المجموعتين : ن ، ن/ والآن يمكن أن نحصل على مجموعة جديدة ناتجة من إتحاد المجموعتين ن ، ن/ معًا هي مجموعة الأعداد الحقيقية ويرمز لها بالرمز ع

أي أن : ع = ن ∪ ن/

مع مراعاة الملاحظات الآتية :

(١) ط ⊂ ص ⊂ ن ⊂ ع ، ن/ ⊂ ع

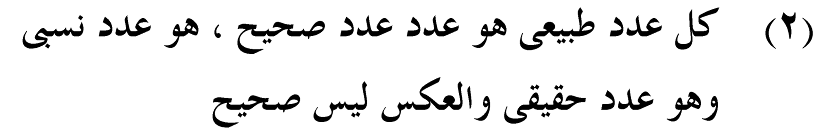
كما بشكل فن المقابل



(٢) كل عدد طبيعي هو عدد صحيح ، هو عدد نسبى وهو عدد حقيقي والعكس ليس صحيح

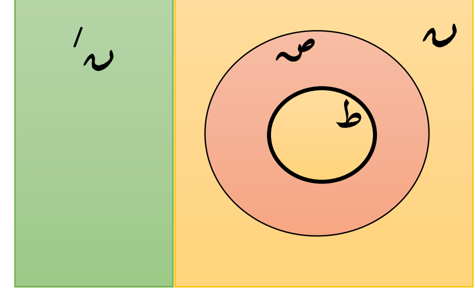
- كل عدد غير نسبى هو عدد حقيقي فقط

(٣) **على خط الأعداد :**



- جميع الأعداد الحقيقية الموجبة تمثل بنقاط على يمين النقطة التي تمثل العدد صفر
- جميع الأعداد الحقيقية السالبة تمثل بنقاط على يسار النقطة التي تمثل العدد صفر

مثال (١) :

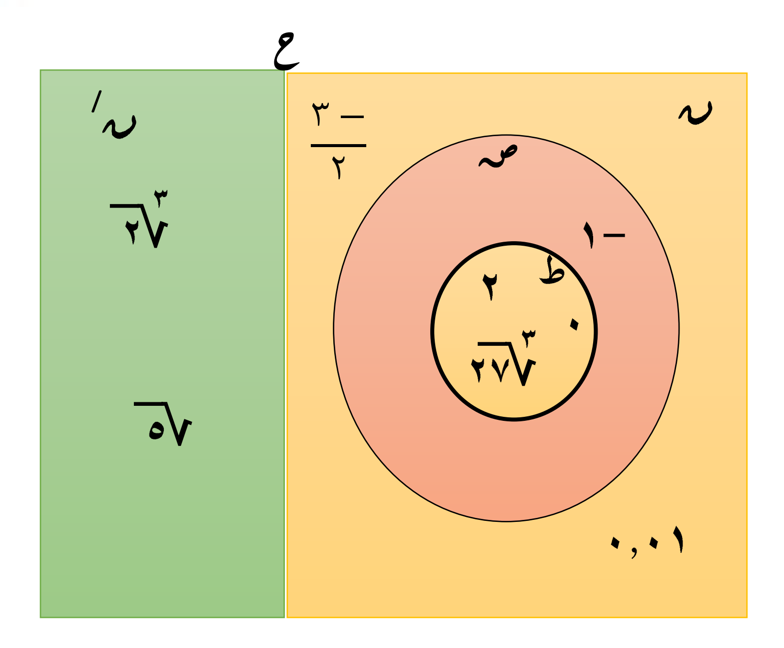


في شكل فن المقابل : ضع كل عدد من الأعداد الآتية : في المكان المناسب له :

٢ ، -١ ، ∛٢٧ ، $\frac{-٣}{٢}$ ، √٥ ، ٠ ، ∛٢ ، ٠,٠١

الحـــــــل





تدريب (١) :

في شكل فن المقابل : ضع كل عدد من الأعداد الآتية في المكان المناسب له :

$\sqrt[3]{-8}$ ، $\frac{7}{2}$ ، $\sqrt{64}$ ، $\sqrt{10}$ ، ٠,٦ ، $\sqrt[3]{16}$

مثال (٢) :

ضع علامة (✓) أمام العبارة الصحيحة وعلامة (✗) أمام العبارة الخاطئة:

(١) الصفر عدد حقيقي. ( )

(٢) $\sqrt{-1} \in$ ع ( )

(٣) على خط الأعداد النقط التي تمثل الأعداد : $\sqrt[3]{-64}$ ، $-\sqrt{16}$ ، $\frac{-20}{5}$ هي نفس النقطة. ( )

الحـــــــــــل

(١) ✓

(٢) ✗

(٣) ✓

تدريب (٢) :

ضع علامة (✓) أمام العبارة الصحيحة وعلامة (✗) أمام العبارة الخاطئة:

(١) $\sqrt{-٤} \in$ ح ( )

(٢) ص ∪ ن′ = ح ( )

(٣) ($\sqrt{٢}$ + ١) $\notin$ ح ( )

تمارين على الدرس الرابع

1. اختر الإجابات الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) { −٣ ، $\sqrt{٣}$ } ⊂ ....

أ) ص ب) ن جـ) ن′ د) ح

(٢) ح − ن′ = ...

أ) ط ب) ص جـ) ن د) ∅

(٣) على خط الأعداد النقطة التي تمثل العدد $\sqrt{٩}$ هي نفس النقطة التي تمثل العدد ....

أ) $-\sqrt{٩}$ ب) $-\sqrt{٣}$ جـ) $\sqrt[٣]{٢٧}$ د) $\frac{1}{3}$

2. أكمل كلًا مما يأتي :

(١) ن ∪ ن′ = ...

(٢) ن ∩ ن′ = ...

(٣) ص ∩ ن′ = ...

(٤) { ٢ ، $\sqrt[٣]{٢}$ ، $\sqrt{٢}$ } ∩ ن′ = ...



3. على خط الأعداد المقابل :

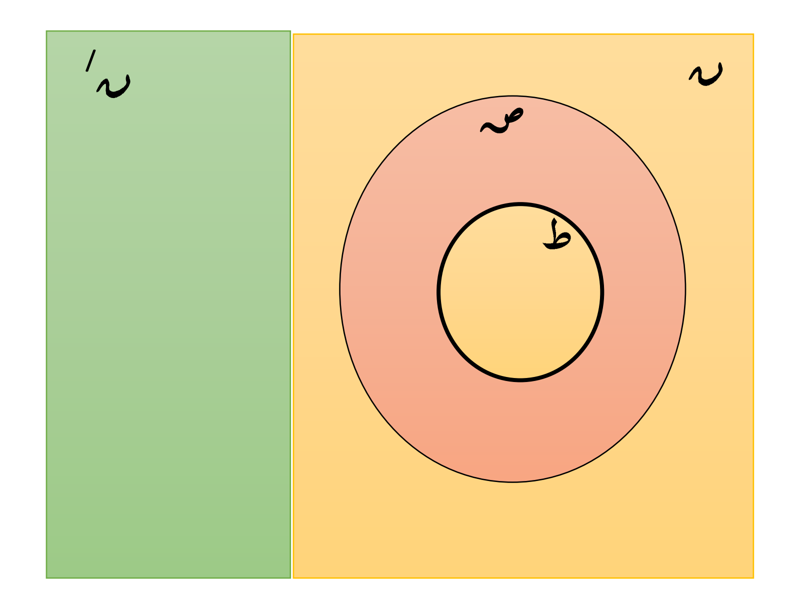
حدد النقطة أ التي تمثل العدد : $\sqrt{٤}$ ،

النقطة ب التي تمثل العدد : $-\sqrt[3]{٢٧}$ ، ثم أوجد طول القطعة المستقيمة $\overline{\text{أ ب}}$

4. أكمل الجدول التالى بوضع العلامة المناسبة من العلامتين (✓ أو ✗) كما هو موضح بالصف الأول من الجدول :

العدد	ط	ص	ن	ن/	ح
٣-	✗	✓	✓	✗	✓
$\sqrt{٢}$					
$\frac{3}{5}$					
١					
٠,٧					

إجابة تدريب (١) :



إجابة تدريب (٢) :

(١) ✗
(٢) ✗
(٣) ✗

إجابة تمارين على الدرس الرابع

1. (١) (د) ح   (٢) (جـ) ن   (٣) (جـ) $\sqrt[٣]{٢٧}$

2. (١) ح   (٢) ∅   (٣) ∅   (٤) $\{\sqrt{٢} ، \sqrt[٣]{٢}\}$

3. ا ب = ٥ وحدة طول

ب   ا
-٤   -٣   -٢   -١   صفر   ١   ٢   ٣   ٤

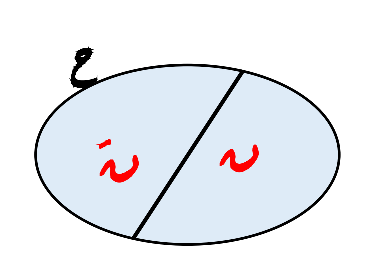
4.

العدد	ط	ص	ن	ن'	ح
-٣					
$\sqrt{٢}$	✗	✗	✗	✓	✓
$\frac{3}{5}$	✗	✗	✓	✗	✓
١	✓	✓	✓	✗	✓
٠,٧	✗	✗	✓	✗	✓

الدرس الخامس: علاقة الترتيب في ح

ملخص الدرس:

- مجموعة الأعداد الحقيقية الموجبة ح+ = {س: س ∈ ح ، س > ٠}
- مجموعة الأعداد الحقيقية السالبة ح_ = {س: س ∈ ح ، س < ٠}
- مجموعة الأعداد الحقيقية غير الموجبة = ح_ ∪ {٠} = {س: س ∈ ح ، س ≤ ٠}
- مجموعة الأعداد الحقيقية غير السالبة = ح+ ∪ {٠} = {س: س ∈ ح ، س ≥ ٠}



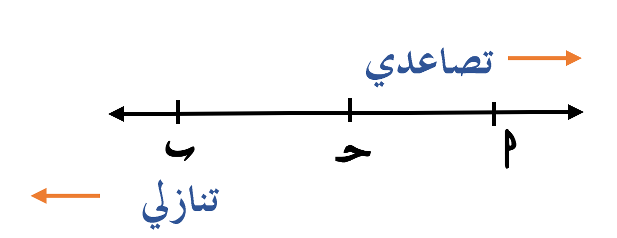
- ن ∪ ن' = ح ، ن ∩ ن' = ∅
- ح − ن = ن' ، ح − ن' = ن
- ح − {٠} = ح* ، ح = ح ∪ ح_ ∪ {٠}

إذا كان : ا ، ب ، حـ أعداد حقيقية علي خط الأعداد الحقيقية

فإن : ا > ب

الترتيب التصاعدي هو : ا > حـ > ب

الترتيب التنازلي هو : ب < حـ < ا



مثال (١) :

ضع علامة < أو > أو = لتكون العبارة صحيحة.

١) √٧ ...... ٣ ٢) √١١ ...... ٢ ٣) −√٢١ ...... −٥

٤) ∛٦٤ ...... √١٦ ٥) ∛−١٢٥ ...... −√١٦ ٦) √٥ ...... ∛٢٧

الحـــــــــــــل

١) $>$ ‏ ‏ ‏ ٢) $<$ ‏ ‏ ‏ ٣) $<$

٤) $=$ ‏ ‏ ‏ ٥) $>$ ‏ ‏ ‏ ٦) $>$

تدريب (١) : ضع علامة $>$ أو $<$ أو $=$ لتكون العبارة صحيحة.

١) $٨ \;......\; \sqrt{٩٤}$ ‏ ‏ ‏ ٢) $٥ \;......\; \sqrt{١١}$ ‏ ‏ ‏ ٣) $-٣ \;......\; -\sqrt{٢١}$

٤) $\sqrt[٣]{-٧} \;......\; -\sqrt{٧}$ ‏ ‏ ‏ ٥) $٢+\sqrt{٥} \;......\; ٣+\sqrt{٣}$ ‏ ‏ ‏ ٦) $\sqrt{٣٦} \;......\; \sqrt[٣]{١٠١}$

مثال (٢) : رتب تصاعديا.

$\sqrt[3]{-٨}$ ، $\sqrt{٢١}$ ، $\sqrt{٨٥}$ ، $-\sqrt{٩}$ ، $\sqrt{١٣}$ ، ٧

الحـــــــــــــل

$\sqrt[٣]{-٨} = -2$ ، $-\sqrt{٩} = -٣$ ، $٧ = \sqrt{٤٩}$

الترتيب التصاعدي هو : $-\sqrt{٩}$ ، $\sqrt[٣]{-٨}$ ، $\sqrt{١٣}$ ، $\sqrt{٢١}$ ، 7 ، $\sqrt{٨٥}$

تدريب (٢) : رتب تصاعديا.

$\sqrt{٦٩}$ ، $\sqrt[3]{-٢٧}$ ، 5 ، $\sqrt[3]{-١}$ ، $\sqrt{١١}$ ، 6

مثال (٣) : أوجد أربعة أعداد غير نسبية محصورة بين : ٥ ، ٦



$٥ = \sqrt{٢٥}$ ، $٦ = \sqrt{٣٦}$

الأعداد غير النسبية المحصورة بين ٥ ، ٦ هي : $\sqrt{٢٦}$ ، $\sqrt{٢٧}$ ، $\sqrt{٣٤}$ ، $\sqrt{٣٥}$



تدريب (٣) : أوجد أربعة أعداد غير نسبية محصورة بين : ١٠ ، ١١

مثال (٣) : مكعب حجمه ٢,٧٤٤ سم^{٣} احسب طول حرفه ، ثم بين هل القيمة العددية لطول الحرف تكون عدد نسبي أم غير نسبي.

الحـــــــــل

طول الحرف = $\sqrt[٣]{\text{حجم المكعب}}$ = $\sqrt[٣]{٢,٧٤٤}$ = ١,٤ سم

طول الحرف يمثل عدداً نسبياً

تدريب (٤) : مربع مساحته ١٧ سم^{٢} احسب طول ضلعه ، ثم بين هل القيمة العددية لطول الضلع تكون عدد نسبي أم غير نسبي.

حل تدريب (١) : ١) $>$ ٢) $<$ ٣) $<$ ٤) $<$ ٥) $>$ ٦) $<$

حل تدريب (٢) : $\sqrt[٣]{-٢٧}$ = −٣ ، $\sqrt{٢٥}$ = ٥ ، $\sqrt[٣]{-١}$ = −١ ، $\sqrt{٣٦}$ = ٦

الترتيب التصاعدي هو : $\sqrt[٣]{-٢٧}$ ، $\sqrt[٣]{-١}$ ، $\sqrt{١١}$ ، ٥ ، ٦ ، $\sqrt{٦٩}$

حل تدريب (٣) :

١٠ = $\sqrt{١٠٠}$ ، ١١ = $\sqrt{١٢١}$

الأعداد غير النسبية المحصورة بين ١٠ ، ١١ هي : $\sqrt{١١٣}$ ، $\sqrt{١١٥}$ ، $\sqrt{١١٧}$ ، $\sqrt{١٢٠}$

حل تدريب (٤) :

طول الحرف = $\sqrt{\text{مساحة المربع}}$ = $\sqrt{١٧}$ ≃ ١,٤ سم

طول الحرف لا يمثل عدداً نسبياً



تمارين على الدرس الخامس

(١) ضع علامة > أو < أو = لتكون العبارة صحيحة.

١) $\sqrt{٢٥}$ ...... $\sqrt[٣]{١٢٥}$ ٢) $\sqrt{٤١}$ ...... ٤   ٣) $-\sqrt{٢٥}$ ...... $-\sqrt[٣]{١١٥}$

٤) $\sqrt{6\frac{1}{4}}$ ...... ١,٢٥   ٥) $\sqrt{٤٣}$ ...... $\sqrt[٣]{٦٤}$ ٦) $\sqrt[٣]{-٦٤}$ ...... $-\sqrt{١١}$

(٢) رتب تنازليا. $\sqrt[٣]{-٦٤}$ ، $\sqrt{٧٥}$ ، $\sqrt{١٠١}$ ، -٧ ، $\sqrt{٣١}$

(٣) مكعب حجمه ١,٣٣١ سم^{٣} احسب طول حرفه ، ثم بين هل القيمة العددية لطول الحرف تكون عدد نسبي أم غير نسبي.

(٤) أوجد ثلاثة أعداد غير نسبية محصورة بين : ٨ ، ٩.

إجابة تمارين على الدرس الخامس

(١)   ١) =   ٢) <   ٣) >   ٤) <   ٥) <   ٦) >

(٢) $\sqrt[٣]{-٦٤} = -٤$

الترتيب التنازلي هو : $\sqrt{١٠١}$ ، $\sqrt{٧٥}$ ، $\sqrt{٣١}$ ، $\sqrt[٣]{-٦٤}$ ، -٧

(٣)   طول الحرف $= \sqrt[٣]{١,٣٣١} = ١,١$ سم ، طول الحرف يمثل عدداً نسبياً

(٤) $٨ = \sqrt{٦٤}$ ، $٩ = \sqrt{٨١}$

الأعداد غير النسبية المحصورة بين ٨ ، ٩ هي : $\sqrt{٦٥}$ ، $\sqrt{٦٦}$ ، $\sqrt{٨٠}$



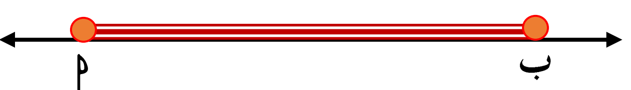
الدرس السادس: الفترات

ملخص الدرس: الفترة : هى جزء من مجموعة الأعداد الحقيقية

أنواع الفترات :

أولا : الفترات المحدودة : إذا كانت : أ ، ب ∈ ح فإن :

(١) الفترة المغلقة [أ ، ب] = { س : س ∈ ح ، أ ≤ س ≤ ب } وتمثل على خط الأعداد



(٢) الفترة المفتوحة] أ ، ب [= { س : س ∈ ح ، أ < س < ب }



(٣) الفترات النصف مفتوحة (النصف مغلقة)

[أ ، ب [= { س : س ∈ ح ، أ ≤ س < ب }



] أ ، ب] = { س : س ∈ ح ، أ < س ≤ ب }



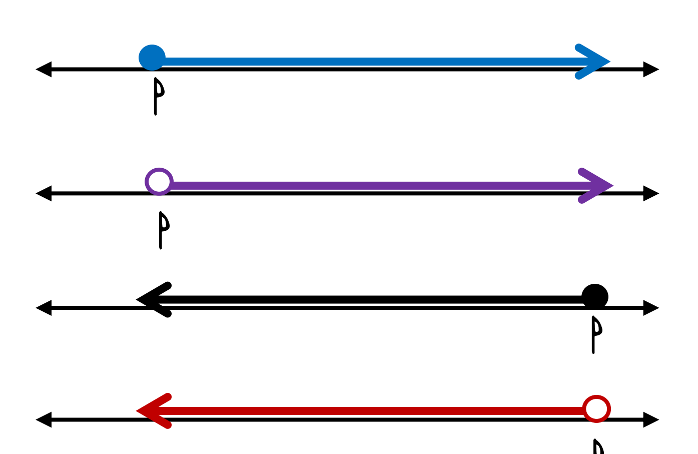
ثانيا : الفترات غير المحدودة :

[أ ، ∞ [= { س : س ∈ ح ، س ≥ أ }

] أ ، ∞ [= { س : س ∈ ح ، س > أ }

] – ∞ ، أ] = { س : س ∈ ح ، س ≤ أ }

] – ∞ ، أ [= { س : س ∈ ح ، س < أ }



ملاحظات :

(١) مجموعة الاعداد الحقيقية يمكن التعبير عنها على الصورة :] – ∞ ، ∞ [

(٢) مجموعة الاعداد الحقيقية الموجبة : ح$_{+}$ =] ٠ ، ∞ [

(٣) مجموعة الاعداد الحقيقية السالبة : ح$_{-}$ =] – ∞ ، ٠ [

(٤) مجموعة الاعداد الحقيقية غير السالبة = [٠ ، ∞ [

(٥) مجموعة الاعداد الحقيقية غير الموجبة =] – ∞ ، ٠]

مثال (١) : أكتب المجموعات الآتية على صورة فترة ومثلها على خط الأأعداد :

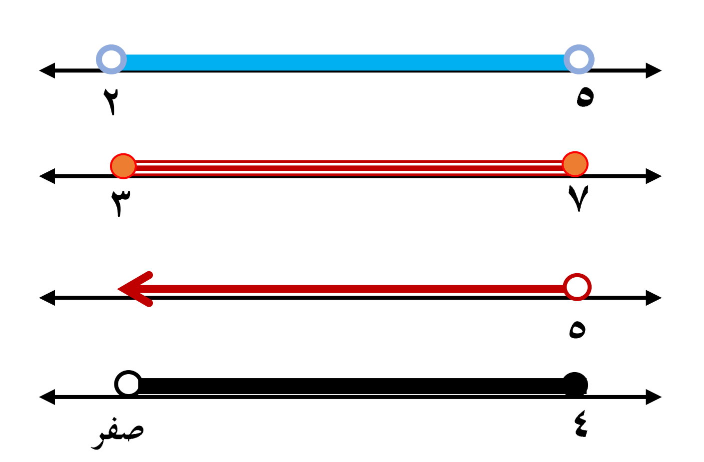
١) سـ = {س : س ∋ ح ، ٢ > س > ٥ }

٢) سـ = {س : س ∋ ح ، ٣ ≥ س ≥ ٧ }

٣) سـ = {س : س ∋ ح ، س > ٥ }

٤) سـ = {س : س ∋ ح ، صفر > س ≥ ٤ }





١) سـ =] ٢ ، ٥ [وتمثيلها

٢) سـ = [٣ ، ٧] وتمثيلها

٣) سـ =] – ∞ ، ٥ [وتمثيلها

٤) سـ =] صفر ، ٤] وتمثيلها

تدريب (١):

أكتب المجموعات الآتية على صورة فترة ومثلها على خط الأعداد :

١) س~ = { س : س ∈ ح ، −٣ ≤ س < ٣ }

٢) س~ = { س : س ∈ ح ، ١ ≤ س ≤ ٨ }

٣) س~ = { س : س ∈ ح ، س < −٤ }

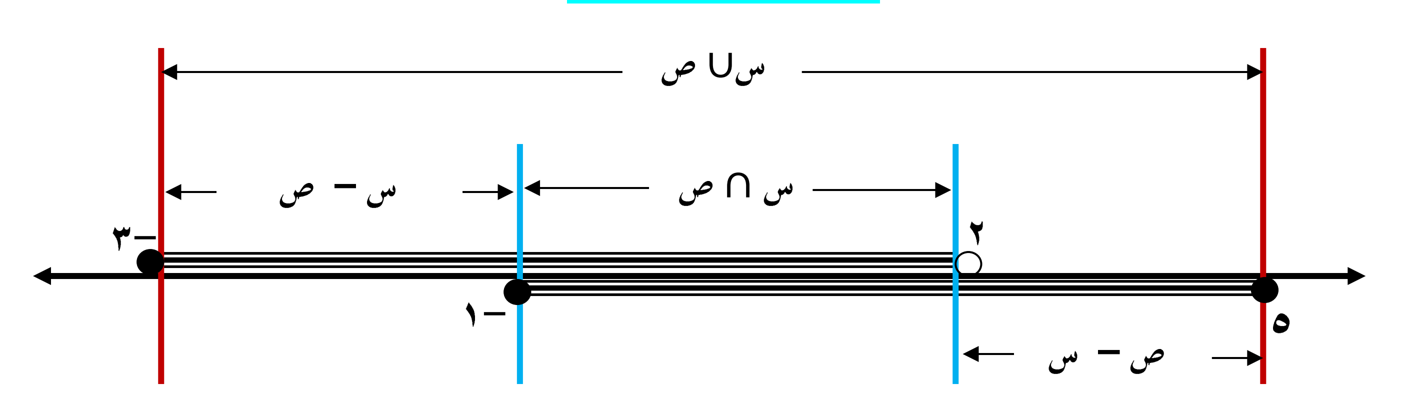
٤) س~ = { س : س ∈ ح ، س ≥ ٧ }

مثال (٢) : إذا كانت س~ = [−٣ ، ٢[، ص~ = [−١ ، ٥] فأوجد مستعينا بخط الأعداد

(١) س~ ∪ ص~ (٢) س~ ∩ ص~ (٣) س~ − ص~ (٤) ص~ − س~

(٥) س~′ (٦) ص~′

الحـــــــــــــل



(١) س~ ∪ ص~ = [−٣ ، ٥] (٢) س~ ∩ ص~ = [−١ ، ٢[

(٣) س~ − ص~ = [−٣ ، −١[(٤) ص~ − س~ = [٢ ، ٥]

(٥) س~′ =]−∞ ، −٣[∪ [٢ ، ∞[(٦) ص~′ =]−∞ ، −١[∪]٥ ، ∞[

تدريب (٢): إذا كانت س~ = [−١ ، ٢[، ص~ = [صفر ، ٦[فأوجد مستعينا بخط الاعداد

(١) س~ ∪ ص~ (٢) س~ ∩ ص~ (٣) س~ − ص~ (٤) ص~ − س~

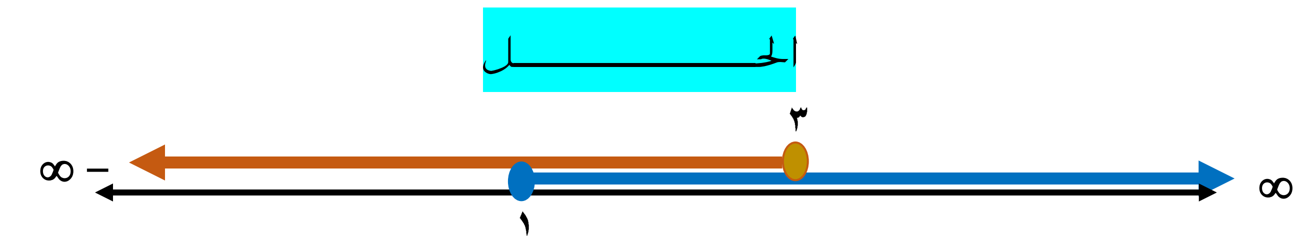
(٥) س~′

مثال (٣) : إذا كانت : س =]−∞ ، ٣] ، ص = [١ ، ∞[فأوجد مستعينا بخط الاعداد

(١) س ∪ ص (٢) س ∩ ص (٣) س − ص (٤) ص − س

(٥) س/

الحـــــــــــــل



١) س ∪ ص =]−∞ ، ∞[= ع (٢) س ∩ ص = [١ ، ٣]

(٣) س − ص =]−∞ ، ١[(٤) ص − س =]٣ ، ∞[

(٥) س/ =]٣ ، ∞[

تدريب (٣): إذا كانت س =]−∞ ، ٥] ، ص = [١ ، ∞[فأوجد مستعينا بخط الاعداد

(١) س ∪ ص (٢) س ∩ ص (٣) س − ص (٤) ص − س

(٥) س/ (٦) ص/

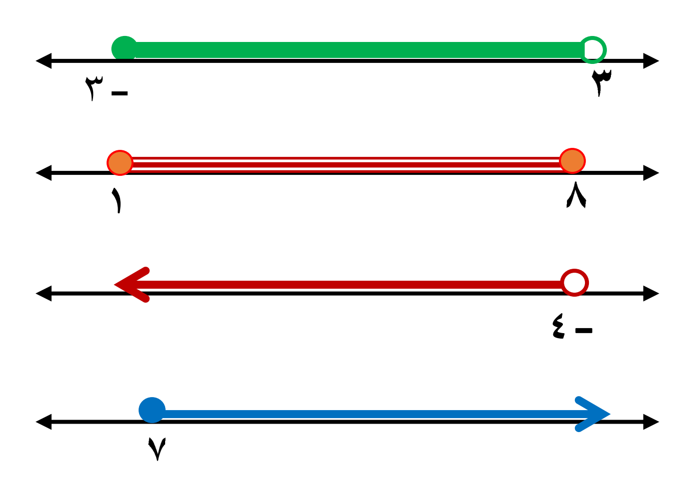
حل تدريب (١):

١) س =]−٣ ، ٣[وتمثيلها

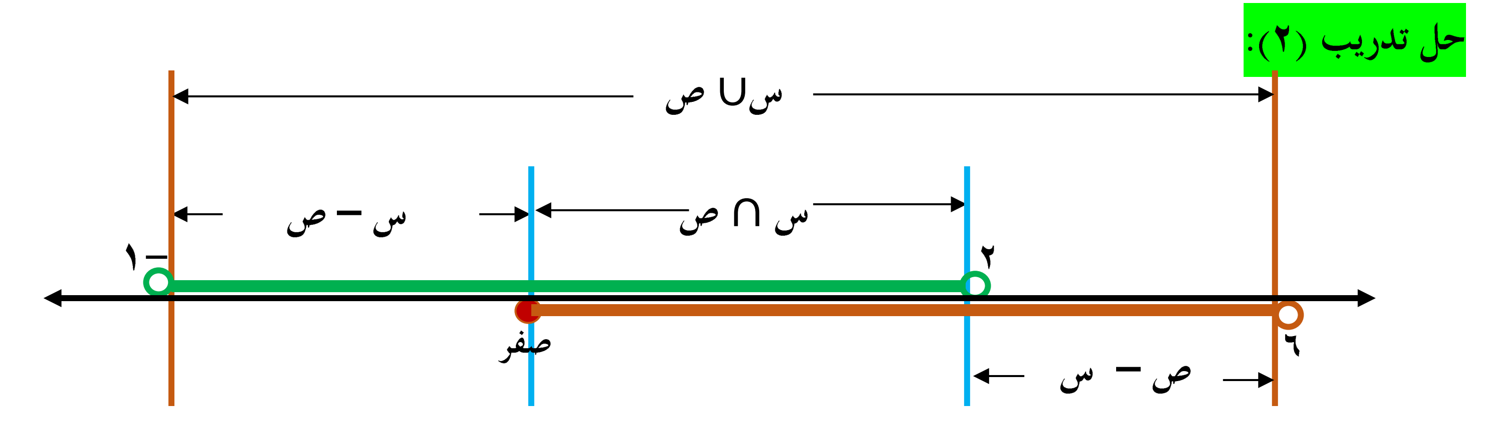
٢) س = [١، ٨] وتمثيلها

٣) س =]−∞ ، −٤[وتمثيلها

٤) س = [٧ ، ∞[وتمثيلها



حل تدريب (٢):



(١) س ∪ ص = [−١ ، ٦]

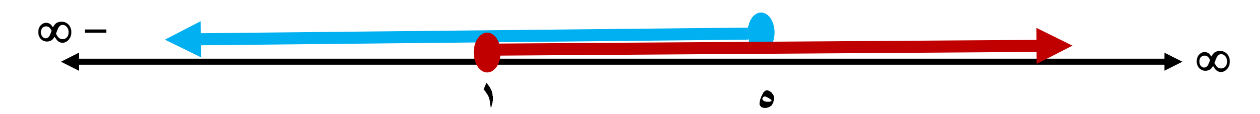
(٢) س ∩ ص =] صفر ، ٢]

(٣) س − ص = [−١ ، صفر]

(٤) ص − س =]٢ ، ٦]

(٥) س′ = [−∞ ، −١ [∪] ٢ ، ∞]

حل تدريب (٣):



(١) س ∪ ص = [−∞ ، ∞] = ح

(٢) س ∩ ص =] ١ ، ٥ [

(٣) س − ص = [−∞ ، ١]

(٤) ص − س = [٥ ، ∞]

(٥) س′ = [٥ ، ∞]

تمارين على الدرس السادس

السؤال الأول: أكمل ما يأتي:

١)] ٢ ، ٥ [− { ٢ ، ٥ } = ...

٢) [٣ ، ٧] ∪ { ٧ } = ...

٣) { ١ ، ٢ ، ٣ } ∩ [١ ، ٣] = ...

٤)] −٤ ، ٢] ∩ [٣ ، ٧ [= ....

٥) مجموع الأعداد الحقيقية فى الفترة [−٤ ، ٤] يساوى ....

السؤال الثانى : اختر الاجابة الصحيحة من بين الاجابات المعطاة :

١) [−١ ، ٣ [∩] −٣ ، −١ [= ....

أ) { −٣ }　　ب) ∅　　ج) { −١ }　　د) { ٣ }

٢)] ٢ ، ٥ [− [٢ ، ٥] = ...

أ) { ٢ ، ٥ }　　ب) ∅　　ج) { ٢ }　　د) [٢ ، ٥]

٣) √٥ .... [٢ ، ٥]

أ) ∋　　ب) ∌　　ج) ⊅　　د) ⊃

٤) [−٤ ، ∞ [∪ ع = ...

أ) ع −] −٤ ، ∞ [　　ب) ع　　ج)] −٤ ، صفر [　　د)] −٤ ، صفر [

٥) [١ ، ٣] ∩ [−٢ ، ٧] = ...

أ) ∅　　ب) [١ ، ٣]　　ج) [−٢ ، ٧]　　د) ع

السؤال الثالث : أكتب المجموعات الآتية على صورة فترة ومثلها على خط الأعداد :

١) س~ = { س : س ∈ ح ، −٥ ≤ س < ٢ }

٢) س~ = { س : س ∈ ح ، ٣ ≤ س ≤ ٦ }

٣) س~ = { س : س ∈ ح ، س < ٣ }

٤) س~ = { س : س ∈ ح ، س ≥ ٢ }

السؤال الرابع : إذا كانت : س~ = [−٢ ، ٤[، ص~ = [−١ ، ∞[فأوجد مستعينا بخط الاعداد

(١) س~ ∪ ص~ (٢) س~ ∩ ص~ (٣) س~ − ص~ (٤) ص~ − س~

(٥) س~′ (٦) ص~′

حلول تمارين على الدرس السادس

السؤال الأول :

١)]٢ ، ٥[٢)]٣ ، ٧] ٣) { ٢ } ٤) ∅ ٥) صفر

السؤال الثانى :

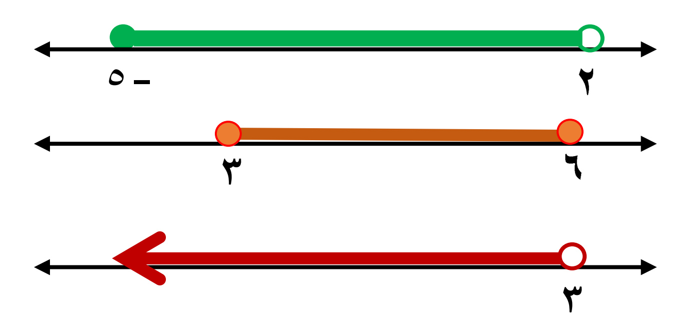
١) ∅ ٢) { ٢ ، ٥ } ٣) ∈ ٤) ح ٥)]١ ، ٣]

السؤال الثالث :

١) س~ = [−٥ ، ٢[وتمثيلها

٢) س~ = [٣ ، ٦] وتمثيلها

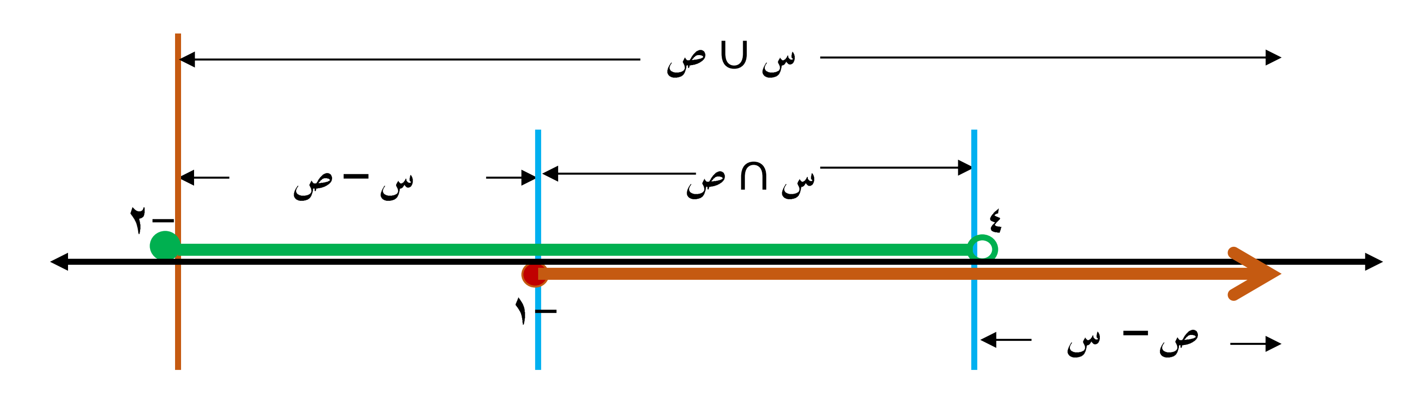
٣) س~ =]−∞ ، ٣[وتمثيلها





٤) س = [٢ ، ∞ [وتمثيلها

السؤال الرابع:



(١) س ∪ ص = [−٢ ، ∞ [

(٢) س ∩ ص = [−١ ، ٤ [

(٣) س − ص = [−٢ ، −١ [

(٤) ص − س = [٤ ، ∞ [

(٥) س/ =] −∞ ، −٢ [∪ [٤ ، ∞ [

(٦) ص/ =] −∞ ، −١ [



الدرس السابع : العمليات على الاعداد الحقيقية

ملخص الدرس:

أولا : خواص جمع الأعداد الحقيقية:

(١) **الإنغلاق:** إذا كان : أ ∈ ح ، ب ∈ ح فإن : (أ + ب) ∈ ح

فمثلا : إذا كان : أ = ٣ ، ب = $\sqrt{٢}$ فإن : أ + ب = ٣ + $\sqrt{٢}$ ∈ ح

(٢) **الابدال:** إذا كان : أ ∈ ح ، ب ∈ ح فإن : أ + ب = ب + أ

فمثلا : ٣ + $\sqrt{٧}$ = $\sqrt{٧}$ + ٣

(٣) **الدمج :** إذا كان : أ ، ب ، جـ أعداد حقيقية

فإن (أ + ب) + جـ = أ + (ب + جـ) = أ + ب + جـ

فمثلا : (٥ + $\sqrt{٣}$) + ٧ = ٥ + ($\sqrt{٣}$ + ٧) = ٥ + $\sqrt{٣}$ + ٧ = ١٢ + $\sqrt{٣}$

(٤) **العنصر المحايد الجمعي:** الصفر هو العنصر المحايد الجمعي فإذا كان : أ ∈ ح

فإن : أ + ٠ = ٠ + أ = أ

فمثلا : $\sqrt{٥}$ + ٠ = ٠ + $\sqrt{٥}$ = $\sqrt{٥}$

(٥) **وجود معكوس جمعي لكل عدد حقيقي** : لكل أ ∈ ح يوجد (− أ) ∈ ح

حيث أ + (− أ) = (− أ) + أ = صفر (المحايد الجمعي)

فمثلا : $\sqrt{٥}$ ∈ ح ، معكوسة الجمعي (− $\sqrt{٥}$) ∈ ح حيث : $\sqrt{٥}$ + (− $\sqrt{٥}$) = صفر

ثانيا : خواص ضرب الأعداد الحقيقية:

(١) **الإنغلاق :** إذا كان أ ∈ ح ، ب ∈ ح فإن : أ × ب ∈ ح

فمثلا : إذا كان : أ = ٥ ، ب = $\sqrt{٧}$ فإن أ × ب = ٧ $\sqrt{٧}$ ∈ ح



(٢) **الابدال**: إذا كان : أ ∈ ح ، ب ∈ ح فإن أ × ب = ب × أ

فمثلا : ٣ × $\sqrt{٥}$ = $\sqrt{٥}$ × ٣ = ٣ $\sqrt{٥}$

(٣) **الدمج** : إذا كان : أ ، ب ، جـ أعداد حقيقية.

فإن : (أ × ب) × جـ = أ × (ب × جـ) = أ × ب × جـ

فمثلا : (٣ × $\sqrt{٢}$) × $\sqrt{٢}$ = ٣ × ($\sqrt{٢}$ × $\sqrt{٢}$) = ٣ × $\sqrt{٢}$ × $\sqrt{٢}$ = ٦

(٤) **العنصر المحايد الجمعي** : الواحد هو العنصر المحايد الجمعي فإذا كان : أ ∈ ح

فإن : أ × ١ = ١ × أ = أ

فمثلا : $\sqrt{٧}$ × ١ = ١ × $\sqrt{٧}$ = $\sqrt{٧}$

(٥) **وجود معكوس ضربي لكل عدد حقيقي** : لكل أ ∈ ح ، أ ≠ صفر يوجد ($\frac{١}{أ}$) ∈ ح

حيث : أ × ($\frac{١}{أ}$) = ($\frac{١}{أ}$) × أ = ١ (المحايد الضربي)

فمثلا : $\sqrt{٥}$ ∈ ح ، معكوسه الضربي ($\frac{١}{\sqrt{٥}}$) ∈ ح حيث : $\sqrt{٥}$ × ($\frac{١}{\sqrt{٥}}$) = ١

(٦) **توزيع الضرب على الجمع** : لأي ثلاثة أعداد حقيقية أ ، ب ، جـ يكون :

أ × (ب + جـ) = أب + أجـ

(أ + ب) × جـ = أجـ + بجـ

مثال (١): اختصر لأبسط صورة :

(أ) ٣ $\sqrt{٢}$ (٤ + $\sqrt{٢}$)

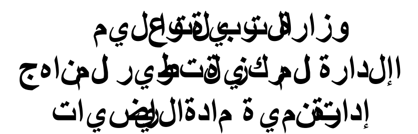
(ب) ($\sqrt{٣}$ + $\sqrt{٥}$)($\sqrt{٣}$ − ٢ $\sqrt{٥}$)

(جـ) $(٣ - ٢\sqrt{٧})^{٢}$

الحـــــــــــــــل

(أ) ٣$\sqrt{٢}$ (٤ + $\sqrt{٢}$) = ٣$\sqrt{٢}$ × ٤ + ٣$\sqrt{٢}$ × $\sqrt{٢}$

= ١٢$\sqrt{٢}$ + ٦





(ب) $(\sqrt{3}+\sqrt{5})(\sqrt{3}-2\sqrt{5})$

$= \sqrt{3}\times\sqrt{3} + \sqrt{3}\times -2\sqrt{5} + \sqrt{5}\times\sqrt{3} + \sqrt{5}\times -2\sqrt{5}$

$= 3 - 2\sqrt{15} + \sqrt{15} - 10$

$= -7 - \sqrt{15}$

(ح) $(3 - 2\sqrt{7})^2 = (3)^2 + 2\times 3\times -2\sqrt{7} + (-2\sqrt{7})^2$

$= 9 - 12\sqrt{7} + 28$

$= 37 - 12\sqrt{7}$

تدريب (١): اختصر لأبسط صورة:

(أ) $5\sqrt{3}\,(2 - 12\sqrt{7})$

(ب) $(5\sqrt{2} - 1)(\sqrt{2} + 3)$

(جـ) $(5 - 3\sqrt{2})^2$

مثال (٢): اختصر لأبسط صورة :

(أ) $5\sqrt{2} - 3 + \sqrt{2} - 7$

(ب) $2(4\sqrt{3} - 3) - 2\sqrt{3} + 4$

الحـــــــــــــــل

(أ) $5\sqrt{2} - 3 + \sqrt{2} - 7 = 6\sqrt{2} - 10$

(ب) $2(4\sqrt{3} - 3) - 2\sqrt{3} + 4 = 8\sqrt{3} - 6 - 2\sqrt{3} + 4$

$= 6\sqrt{3} - 2$

تدريب (٢): اختصر لأبسط صورة :

(أ) $7\sqrt{5} + 9 - 2\sqrt{5} + 6$

(ب) $7 + 2\sqrt{6} - 2(\sqrt{6} + 4)$



مثال (٣): إذا كان : أ = $\sqrt{٥} - ٢$ ، ب = $\sqrt{٥} + ٢$ أوجد قيمة :

أولا : أب ثانيا : أ + ب

الحـــــــــــل

أولا : أب = $(\sqrt{٥} - ٢)(\sqrt{٥} + ٢) = ٥ - ٤ = ١$

ثانيا : أ + ب = $(\sqrt{٥} - ٢) + (\sqrt{٥} + ٢) = ٢\sqrt{٥}$

تدريب (٣): إذا كان : أ = $\sqrt{٧} + ٥$ ، ب = $\sqrt{٧} - ٥$ أوجد قيمة :

أولا : أب ثانيا : أ + ب

مثال (٤): اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) $٢\sqrt{٣} + ٣\sqrt{٣} =$ ....

أ) $٥\sqrt{٦}$ ب) $٥\sqrt{٣}$ ج) $٦\sqrt{٣}$ د) $٦\sqrt{٥}$

(٢) $\sqrt{٥} + \sqrt{٥} =$ ....

أ) ٥ ب) $\sqrt{١٠}$ ج) $٢\sqrt{٥}$ د) $5\sqrt{٢}$

(٣) $\frac{٤}{\sqrt{٢}} =$ ....

أ) $٤\sqrt{٢}$ ب) $٢\sqrt{٢}$ ج) $٨\sqrt{٢}$ د) ٢

الحـــــــــــل

(١) ب) $٥\sqrt{٣}$ (٢) ج) $٢\sqrt{٥}$ (٣) ب) $٢\sqrt{٢}$



تدريب (٤): اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) $٤\sqrt{٥} + ٣\sqrt{٥} = \dots\dots\dots$

أ) $٧\sqrt{٥}$ ب) $٧\sqrt{١٠}$ ج) $٥\sqrt{١٠}$ د) $١٢\sqrt{٥}$

(٢) $\sqrt{٣} + \sqrt{٣} = \dots\dots\dots$

أ) $٢\sqrt{٦}$ ب) ٣ ج) $٢\sqrt{٣}$ د) $٣\sqrt{٢}$

(٣) $\frac{٦}{\sqrt{٢}} = \dots\dots\dots$

أ) ٣ ب) ٢ ج) $٦\sqrt{٢}$ د) $٣\sqrt{٢}$

حل تدريب (١): (أ) $١٠\sqrt{٢} - ١٥$ (ب) $١٤\sqrt{٢} + ٧$ (جـ) $٤٣ - ٣٠\sqrt{٢}$

حل تدريب (٢): (أ) $٥\sqrt{٥} + ١٥$ (ب) -١

حل تدريب (٣): أولا : -١٨ ثانيا : $٢\sqrt{٧}$

حل تدريب (٤): (١) أ) $٧\sqrt{٥}$ (٢) ج) $٢\sqrt{٣}$ (٣) د) $٣\sqrt{٢}$



تمارين على الدرس السابع

السؤال الأول: اختصر لأبسط صورة

(١) $٣\sqrt{٢} - ٧ + ٤\sqrt{٢} + ٦$

(٢) $(٢\sqrt{٥} - ٣)(٣ + \sqrt{٥})$

(٣) $(٢\sqrt{٣} - ١)^{٢}$

(٤) $٣(٢ - \sqrt{٥}) + ٣(\sqrt{٥} + ٤)$

السؤال الثاني: اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) $١٠\sqrt{٣} \times ٥\sqrt{٣} =$ ....

أ) $٢\sqrt{٣}$ ب) $١٠\sqrt{٦}$ ج) ١٥٠ د) ٦٠

(٢) $\frac{٦}{\sqrt{٦}} =$ ....

أ) $\sqrt{٦}$ ب) ١ ج) $٦\sqrt{٦}$ د) ٦

السؤال الثالث: إذا كان : س $= \sqrt{٣} - ٢$ ، ص $= \sqrt{٣} + ٢$ أوجد قيمة :

(أ) س + ص (ب) س − ص (جـ) س ص

إجابات تمارين على الدرس السابع

إجابة السؤال الأول:

(١) $٧\sqrt{٢} - ١$ (٢) $٣\sqrt{٥} + ١$ (٣) $١٣ - ٤\sqrt{٣}$ (٤) ١٨

إجابة السؤال الثاني:

(١) ج ١٥٠ (٢) أ $\sqrt{٦}$

إجابة السؤال الثالث:

(أ) $٢\sqrt{٣}$ (٢) -٤ (٣) -١



الدرس الثامن : العمليات علي الجذور التربيعية

ملخص الدرس :

(١) إذا كان : أ ، ب عددين حقيقين غير سالبين فإن:

$\sqrt{أ} \times \sqrt{ب} = \sqrt{أ\,ب}$ ⟸ $\sqrt{٣} \times \sqrt{٧} = \sqrt{٢١}$

$\sqrt{أ \times ب} = \sqrt{أ} \times \sqrt{ب}$ ⟸ $\sqrt{٣٢} = \sqrt{١٦} \times \sqrt{٢} = ٤\sqrt{٢}$

(٢) إذا كان : أ ، ب عددين حقيقين غير سالبين فإن:

$\sqrt{\frac{أ}{ب}} = \frac{\sqrt{أ}}{\sqrt{ب}}$ حيث : ب $\neq$ صفر ⟸ $\sqrt{\frac{٣}{٧}} = \frac{\sqrt{٣}}{\sqrt{٧}}$

(٣) $\frac{\sqrt{أ}}{\sqrt{ب}} = \frac{\sqrt{أ}}{\sqrt{ب}} \times \frac{\sqrt{ب}}{\sqrt{ب}} = \frac{\sqrt{أ\,ب}}{ب}$ حيث : ب $\neq$ صفر ⟸ $\frac{\sqrt{٢}}{\sqrt{٣}} = \frac{\sqrt{٢}}{\sqrt{٣}} \times \frac{\sqrt{٣}}{\sqrt{٣}} = \frac{\sqrt{٦}}{3}$

(٤) إذا كان : أ ، ب عددين نسبين موجبين فإن: العدد : $\sqrt{أ} + \sqrt{ب}$ له مرافق هو : $\sqrt{أ} - \sqrt{ب}$

مجموع العدد ومرافقه = $\sqrt{أ} + \sqrt{ب} + \sqrt{أ} - \sqrt{ب} = ٢\sqrt{أ}$

$(\sqrt{٣} + \sqrt{٥}) + (\sqrt{٣} - \sqrt{٥}) = ٢\sqrt{٣}$

حاصل ضربهما = $(\sqrt{أ} + \sqrt{ب})(\sqrt{أ} - \sqrt{ب}) = أ - ب$

$(\sqrt{٣} + \sqrt{٥})(\sqrt{٣} - \sqrt{٥}) = ٣ - ٥ = -٢$

مثال (١) : ضع علي صورة : أ$\sqrt{ب}$ حيث : أ ، ب عددين صحيحين ، ب هي أصغر قيمة ممكنة

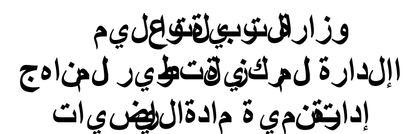
١) $\sqrt{٧٥}$ ٢) $٣\sqrt{٨}$ ٣) $٥\sqrt{٢٠}$

الحـــــــــل

١) $\sqrt{٧٥} = \sqrt{٢٥ \times ٣} = \sqrt{٢٥} \times \sqrt{٣} = ٥\sqrt{٣}$

٢) $٣\sqrt{٨} = ٣\sqrt{٤ \times ٢} = ٣\sqrt{٤} \times \sqrt{٢} = ٦\sqrt{٢}$

٣) $٥\sqrt{٢٠} = ٥\sqrt{٤ \times ٥} = ٥\sqrt{٤} \times \sqrt{٥} = ١٠\sqrt{٥}$

تدريب (١): ضع علي صورة : أ$\sqrt{ب}$ حيث : أ ، ب عددين صحيحين ، ب هي أصغر قيمة ممكنة

١) $\sqrt{٦٣}$ ٢) $٣\sqrt{٨٠}$ ٣) $٣\sqrt{٥٠}$

مثال (٢): اختصر في أبسط صورة.

١) $\sqrt{٦٣} + \sqrt{٢٨} + ٨\sqrt{٧}$

٢) $\sqrt{٢٧} + \frac{٦}{\sqrt{٣}} - ٩\sqrt{٣}$

الحـــــــــــــل

(١) $\sqrt{٦٣} + \sqrt{٢٨} + ٨\sqrt{٧} = \sqrt{٩ \times ٧} + \sqrt{٤ \times ٧} + ٨\sqrt{٧}$

$= ٣\sqrt{٧} + ٢\sqrt{٧} + ٨\sqrt{٧} = ١٣\sqrt{٧}$

(٢) $\sqrt{٢٧} + \frac{٦}{\sqrt{٣}} - ٩\sqrt{٣} = \sqrt{٩ \times ٣} + \frac{٦}{\sqrt{٣}} \times \frac{\sqrt{٣}}{\sqrt{٣}} - ٩\sqrt{٣}$

$= ٣\sqrt{٣} + ٢\sqrt{٣} - ٩\sqrt{٣} = -٤\sqrt{٣}$

تدريب (٢): اختصر في أبسط صورة.

١) $\sqrt{١٨} - \sqrt{٥٠} + ٢\sqrt{٣٢}$ ٢) $\sqrt{٤٨} - \frac{٩}{\sqrt{٣}} + ٥\sqrt{١٢}$

مثال (٣): اجعل المقام عددا نسبيا لكل مما يأتي : (١) $\frac{4}{\sqrt{٣} - 1}$ (٢) $\frac{2\sqrt{٥} + 1}{2\sqrt{٥} - 1}$

الحـــــــــــــل

(١) $\frac{4}{\sqrt{٣} - 1} \times \frac{\sqrt{٣} + 1}{\sqrt{٣} + 1} = \frac{4(\sqrt{٣} + 1)}{3 - 1} = ٢(\sqrt{٣} + ١)$

(٢) $\frac{2\sqrt{٥} + 1}{2\sqrt{٥} - 1} \times \frac{2\sqrt{٥} + 1}{2\sqrt{٥} + 1} = \frac{(2\sqrt{٥} + 1)^2}{20 - 1} = \frac{(2\sqrt{٥} + 1)^2}{19}$

تدريب (٣): اجعل المقام عددا نسبيا لكل مما يأتي : (١) $\frac{6}{\sqrt{٧}+1}$ (٢) $\frac{3\sqrt{٢}-1}{3\sqrt{٢}+1}$

حل تدريب (١):

١) $\sqrt{٦٣} = \sqrt{٩\times٧} = ٣\sqrt{٧}$

٢) $\sqrt{٨٠} = \sqrt{١٦\times٥} = ٤\sqrt{٥}$

٣) $٣\sqrt{٥٠} = ٣\sqrt{٢٥\times٢} = ١٥\sqrt{٢}$

حل تدريب (٢):

١) $\sqrt{١٨} - \sqrt{٥٠} + ٢\sqrt{٣٢} = \sqrt{٩\times٢} - \sqrt{٢٥\times٢} + ٢\sqrt{١٦\times٢}$

$= ٣\sqrt{٢} - ٥\sqrt{٢} + ٨\sqrt{٢} = ٦\sqrt{٢}$

٢) $\sqrt{٤٨} - \frac{٩}{\sqrt{٣}} + ٥\sqrt{١٢} = \sqrt{١٦\times٣} - \frac{٩}{\sqrt{٣}} \times \frac{\sqrt{٣}}{\sqrt{٣}} + ٥\sqrt{٤\times٣}$

$= ٤\sqrt{٣} - ٣\sqrt{٣} + ١٠\sqrt{٣} = ١١\sqrt{٣}$

حل تدريب (٢):

١) $\frac{6}{\sqrt{٧}+1} \times \frac{\sqrt{٧}-1}{\sqrt{٧}-1} = \frac{6(\sqrt{٧}-1)}{7-1} = \sqrt{٧} - ١$

٢) $\frac{3\sqrt{٢}-1}{3\sqrt{٢}+1} \times \frac{3\sqrt{٢}-1}{3\sqrt{٢}-1} = \frac{(3\sqrt{٢}-1)^2}{18-1} = \frac{19-6\sqrt{٢}}{17}$



تمارين على الدرس الثامن

(١) اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

(١) $\sqrt{٣٠} \times \sqrt{٤٠} =$ ....

أ) $\sqrt{١٢٠}$ ب) $١٠\sqrt{٤}$ ج) $١٠\sqrt{٣}$ د) $٢٠\sqrt{٣}$

(٢) $\sqrt{٤٨} + \sqrt{٣} =$ ....

أ) ١٢   ب) $٥\sqrt{٣}$ ج) $٦\sqrt{٣}$ د) $\sqrt{٩٦}$

(٣) $٦\sqrt{٥٠} \div ٣\sqrt{٢} =$ ....

أ) ١٠   ب) ٥   ج) $٥\sqrt{٥}$ د) $٥\sqrt{٢}$

(٤) $(\sqrt{٧} + \sqrt{٥})(\sqrt{٧} - \sqrt{٥}) =$ ....

أ) $٢\sqrt{٧}$ ب) ٢   ج) $٢\sqrt{٥}$ د) -٢

(٢) أكمل ما يأتي بالإجابة بالصحيحة.

(١) المعكوس الضربي للعدد $\frac{\sqrt{١٤}}{\sqrt{٨٤}} =$ ....

(٢) $\frac{٢\sqrt{٣}}{٣\sqrt{٢٤}} =$ ....

(٣) $\sqrt{٨} - \sqrt{٢} =$ ....

(٤) العدد $\frac{1}{\sqrt{٣} - \sqrt{٢}}$ في أبسط صورة هو ....

(٣) اختصر في أبسط صورة:

(١) $٣\sqrt{٥} + ٧\sqrt{٢٠} - ١٠\sqrt{\frac{1}{5}}$

(٢) $\sqrt{٧٢} - \frac{\sqrt{١٢}}{\sqrt{٦}} + ٣\sqrt{١٨}$



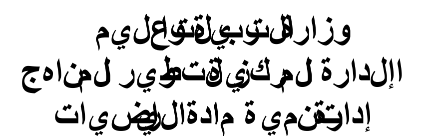
إجابات تمارين على الدرس الثامن

(١)　١) $٢٠\sqrt{٣}$　　٢) $٥\sqrt{٣}$　　٣) ١٠　　٤) ٢

(٢)　١) $\sqrt{٦}$　　٢) $\frac{\sqrt{٢}}{٦}$　　٣) $\sqrt{٢}$　　٤) $\sqrt{٣} + \sqrt{٢}$

(٣)　١) $١٥\sqrt{٥}$　　٢) $١٤\sqrt{٢}$





الدرس التاسع : العمليات على الجذور التكعيبية

ملخص الدرس: لأي عددين حقيقين أ ، ب يكون :

(١) $\sqrt[3]{أ} \times \sqrt[3]{ب} = \sqrt[3]{أ \times ب}$ فمثلا : $\sqrt[3]{٢} \times \sqrt[3]{٤} = \sqrt[3]{٢ \times ٤} = \sqrt[3]{٨}$

(٢) $\sqrt[3]{أ \times ب} = \sqrt[3]{أ} \times \sqrt[3]{ب}$ فمثلا : $\sqrt[3]{٥٤} = \sqrt[3]{٢٧} \times \sqrt[3]{٢} = ٣\sqrt[3]{٢}$

(٣) $\frac{\sqrt[3]{أ}}{\sqrt[3]{ب}} = \sqrt[3]{\frac{أ}{ب}}$ حيث : ب $\neq$ صفر فمثلا : $\frac{\sqrt[3]{١٦}}{\sqrt[3]{٢}} = \sqrt[3]{\frac{١٦}{٢}} = \sqrt[3]{٨} = ٢$

(٤) $\sqrt[3]{\frac{أ}{ب}} = \frac{\sqrt[3]{أ}}{\sqrt[3]{ب}}$ حيث : ب $\neq$ صفر فمثلا : $\sqrt[3]{\frac{٥}{٢}} = \frac{\sqrt[3]{5}}{\sqrt[3]{٢}}$

مثال (١): اختصر لأبسط صورة :

(أ) $\sqrt[3]{٨١} - \frac{1}{2}\sqrt[3]{١٩٢} + \sqrt[3]{٢٤}$

(ب) $\sqrt[3]{٥٤} + \sqrt[3]{١٦} - ٨\sqrt[3]{\frac{١}{٤}}$

(جـ) $\sqrt[3]{\frac{٢}{٥}} \times \sqrt[3]{\frac{-٤}{٢٥}}$

الحـــــــــــل

(أ) $٣\sqrt[3]{٣} - \frac{1}{2} \times ٤\sqrt[3]{٣} + ٢\sqrt[3]{٣} = ٣\sqrt[3]{٣}$

(ب) $٣\sqrt[3]{٢} + ٢\sqrt[3]{٢} - ٤\sqrt[3]{٢} = \sqrt[3]{٢}$

(جـ) $\sqrt[3]{\frac{٢}{٥} \times \frac{-٤}{٢٥}} = \sqrt[3]{\frac{-٨}{١٢٥}} = \frac{-٢}{٥}$

تدريب (١): اختصر لأبسط صورة :

(أ) $\sqrt[3]{٥٦} - ٤\sqrt[3]{٧} + \sqrt[3]{١٨٩}$

(ب) $\sqrt[3]{١٢} \times \sqrt[3]{\frac{٢}{٣}}$



مثال (٢): إذا كان : أ = $\sqrt[3]{2} + 1$ ، ب = $\sqrt[3]{2} - 1$ أوجد قيمة :

(١) $(أ + ب)^3$ (٢) $(أ - ب)^3$

الحـــــــــــــــل

(١) $(أ + ب)^3 = (\sqrt[3]{2} + 1 + \sqrt[3]{2} - 1)^3 = (2\sqrt[3]{2})^3 = 16$

(٢) $(أ - ب)^3 = (\sqrt[3]{2} + 1 - \sqrt[3]{2} + 1)^3 = (2)^3 = 8$

تدريب (٢): إذا كان : أ = $\sqrt[3]{3} - 2$ ، ب = $\sqrt[3]{3} + 2$ أوجد قيمة :

(١) $(أ + ب)^3$ (٢) $(أ - ب)^3$

مثال (٣): اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) إذا كانت س = $\sqrt[3]{2}$ ، ص = $\sqrt[3]{-4}$ فإن س ص = ...

أ) -8 ب) -2 ج) 2 د) 8

(٢) $\sqrt[3]{16} - \sqrt[3]{2} = ...$

أ) $\sqrt[3]{14}$ ب) $\sqrt[3]{2}$ ج) 8 د) $4\sqrt[3]{2}$

(٣) $4\sqrt[3]{\frac{1}{2}} + \sqrt[3]{4} = ...$

أ) $3\sqrt[3]{4}$ ب) $5\sqrt[3]{2}$ ج) $2\sqrt[3]{2}$ د) $\sqrt[3]{16}$

الحـــــــــــــــل

(١) ب) -2 (٢) ب) $\sqrt[3]{2}$ (٣) أ) $3\sqrt[3]{4}$

تدريب (٣): اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) إذا كانت : أ = $2\sqrt[3]{5}$ ، ب = $\sqrt[3]{25}$ فإن س ص = ...

أ) ب) $3\sqrt[3]{5}$ ج) $3\sqrt[3]{25}$ د) 40

(٢) $٦\sqrt[٣]{\frac{١}{٩}} - ٢\sqrt[٣]{٣} = ...$

أ) $٤\sqrt[٣]{٣}$ ب) $\sqrt[٣]{٣}$ ج) صفر د) $-\sqrt[٣]{٣}$

حل تدريب (١): (أ) $\sqrt[٣]{٧}$ (ب) ٢

حل تدريب (٢): (أ) ٢٤ (ب) ‎-٦٤

حل تدريب (٣): (١) أ ١٠ (٢) ج صفر

تمارين على الدرس التاسع

السؤال الأول: أوجد ناتج ما يلي في أبسط صورة :

(١) $٢\sqrt[٣]{٦٢٥} - ٣\sqrt[٣]{٥} - \sqrt[٣]{٤٠}$

(٢) $\sqrt[٣]{١٢٨} - \frac{1}{2}\sqrt[٣]{١٦} + \sqrt[٣]{٥٤}$

(٣) $\frac{1}{2}\sqrt[٣]{٥٦} - ٦\sqrt[٣]{\frac{٧}{٢٧}}$

السؤال الثاني: إذا كانت : س $= \sqrt[٣]{٥} - ٣$ ، ص $= \sqrt[٣]{٥} + ٣$ أوجد قيمة $(\text{س} + \text{ص})^{٣}$

السؤال الثالث: اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) $\sqrt[٣]{٢٤} - ٩\sqrt[٣]{\frac{٨}{٩}} = ...$

أ) $-٤\sqrt[٣]{٣}$ ب) $-٣\sqrt[٣]{٩}$ ج) $١٢\sqrt[٣]{٣}$ د) $-٨\sqrt[٣]{٣}$

(٢) $٥\sqrt[٣]{١٦} - ٣\sqrt[٣]{٢}$ = ...

أ) $٢\sqrt[٣]{٢}$　　ب) $٧\sqrt[٣]{٢}$　　ج) $١٣\sqrt[٣]{٢}$　　د) ٢

(٣) $\sqrt[٣]{١٥} \times \sqrt[٣]{\frac{٩}{٥}}$ = ...

أ) $\sqrt[٣]{٩}$　　ب) $\sqrt[٣]{٣}$　　ج) 3　　د) $\sqrt[٣]{٥}$

إجابات تمارين على الدرس التاسع

إجابة السؤال الأول : (١) $٥\sqrt[٣]{٥}$　　(٢) $٦\sqrt[٣]{٢}$　　(٣) $-\sqrt[٣]{٧}$

إجابة السؤال الثاني : ٤٠

إجابة السؤال الثالث : (أ) $-٤\sqrt[٣]{٣}$　　(ب) $٧\sqrt[٣]{٢}$　　(جـ) ٣

الدرس العاشر: تطبيقات على الأعداد الحقيقية

ملخص الدرس:

أولًا : سبق أن درسنا محيط ومساحة بعض الأشكال الهندسية ومنها :

الشكل	محيطه	مساحته
الدائرة :	2π نق $\pi = 3{,}14$ أو $\frac{22}{7}$	π نق^2
المستطيل :	(الطول + العرض) × ٢	الطول × العرض
المربع :	طول الضلع × ٤	طول الضلع × نفسه

كما درست المساحة الجانبية ، المساحة الكلية ، الحجم لبعض المجسمات كما بالجدول :

الشكل	المساحة		الحجم
	الجانبية	الكلية	
متوازى المستطيلات : ٦ أوجه كل وجهين متقابلين متساويين في المساحة	محيط القاعدة × الارتفاع	المساحة الجانبية + ٢ × مساحة القاعدة	مساحة القاعدة × الارتفاع
المكعب : ٦ أوجه كل وجهين متقابلين متساويين في المساحة	٤ × مساحة الوجه الواحد = ٤ ل^{٢} حيث ل طول حرف المكعب	٦ × مساحة الوجه الواحد = ٦ ل^{٢} حيث ل طول حرف المكعب	طول الضلع × نفسه × نفسه = ل^{٣} حيث ل طول حرف المكعب
الأسطوانة الدائرية القائمة : نق : نصف قطر القاعدة ع : ارتفاع الاسطوانة	محيط القاعدة × الارتفاع = ٢ π نق × ع	المساحة الجانبية + ٢ × مساحة القاعدة = ٢ π نق × ع + ٢ π نق^{٢}	مساحة القاعدة × الارتفاع π نق^{٢} ع



الشكل	المساحة	الحجم
الكرة :	٤ π نق^{٢} وحدة مربعة	$\frac{٤}{٣}$ π نق^{٣} وحدة مكعبة

مثال (١) : مكعب حجمه ٢٧ سم^{٣} أوجد :

(أ) مساحته الجانبية. (ب) مساحته الكلية.



طول حرف المكعب = $\sqrt[٣]{٢٧}$ = ٣ سم

المساحة الجانبية = ٤ × مساحة الوجه = ٤ × ٣ × ٣ = ٣٦ سم^{٢}

المساحة الكلية = ٦ × مساحة الوجه = ٦ × ٣ × ٣ = ٥٤ سم^{٢}

تدريب (١) : مكعب حجمه ١٢٥ سم^{٣} أوجد :

(أ) مساحته الجانبية. (ب) مساحته الكلية.

مثال (٢) : متوازى مستطيلات قاعدته مربعة الشكل ، فإذا كان حجمه ٧٢٠ سم^{٣} ، ارتفاعه ٥ سم أوجد مساحته الكلية.



حجم متوازى المستطيلات = مساحة القاعدة × الارتفاع

مساحة القاعدة = الحجم ÷ الارتفاع = ٧٢٠ ÷ ٥ = ١٤٤ سم^{٢}

طول ضلع القاعدة = $\sqrt{١٤٤}$ = ١٢سم

المساحة الكلية = المساحة الجانبية + ٢ × مساحة القاعدة = (١٢ × ٤) × ٥ + ٢ × ١٤٤

المساحة الكلية = ٢٤٠ + ٢٨٨ = ٥٢٨ سم^{٢}

تدريب (٢) : متوازى مستطيلات قاعدته مربعة الشكل ، فإذا كان حجمه ٣٦٠ سم^{٣} ، ارتفاعه ١٠ سم أوجد مساحته الجانبية.

مثال (٣) : كرة حجمها ٣٦ π سم^{٣} أوجد مساحة سطحها بدلالة π.

الحـــــــــــل

حجم الكرة = $\frac{٤}{٣}$ π نق^{٣}

٣٦ π = $\frac{٤}{٣}$ π نق^{٣}

نق^{٣} = ٣٦ × $\frac{٣}{٤}$ = ٢٧ سم^{٣} ⟸ نق = ٣ سم

مساحة سطح الكرة = ٤ π نق^{٢} = ٤ π نق^{٢} = ٣٦ π سم^{٢}

تدريب (٣) : كرة حجمها ٢٨٨ π سم^{٣} أوجد مساحة سطحها بدلالة π.

مثال (٤) : أسطوانة دائرية قائمة حجمها ١٧٥ π سم^{٣} ، ارتفاعها ٧ سم ، اوجد مساحتها الجانبية. π = $\frac{٢٢}{٧}$

الحـــــــــــل

حجم الأسطوانة = π نق^{٢} ع

١٧٥ π = π نق^{٢} × ٧ ⟸ نق^{٢} = ٢٥ سم^{٢} ⟸ نق = $\sqrt{٢٥}$ = ٥ سم

المساحة الجانبية للاسطوانة = ٢ π نق × ع = ٢ × $\frac{٢٢}{٧}$ × ٥ × ٧ = ٢٢٠ سم^{٢}

تدريب (٤) : أسطوانة دائرية قائمة حجمها ٣٥٠ π ، ارتفاعها $\frac{٧}{٢}$ سم ، اوجد مساحتها الجانبية. π = $\frac{٢٢}{٧}$



تمارين على الدرس العاشر

1. اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) حجم مكعب طول حرفه ٤ سم = ... سم^{٣}

(أ) ٨ (ب) ٦٤ (جـ) ١٦ (د) ٩٦

(٢) حجم متوازى مستطيلات أبعاده : $\sqrt{٢}$ سم ، $\sqrt{٣}$ سم ، $\sqrt{٦}$ سم = ... سم^{٣}

(أ) ٦ (ب) ٣٦ (جـ) ٦$\sqrt{٦}$ (د) ١٨$\sqrt{٢}$

(٣) حجم كرة طول قطرها ٦ سم = ... سم^{٣}

(أ) ٢٨٨ (ب) ١٢ π (جـ) ٣٦ π (د) ٢٨٨ π

(٤) المساحة الجانبية لاسطوانة دائرية قائمة طول نصف قطر قاعدتها يساوى ارتفاعها يساوى .... وحدة مربعة

(أ) ٢ $\pi^{٢}$ نق^{٣} (ب) ٢ π نق^{٢} (جـ) π نق^{٢} (د) ٢ $\pi^{٢}$ نق

2. كرة من المعدن طول قطرها ٦ سم ، صهرت وحولت إلى أسطوانة دائرية قائمة طول نصف قطرها ٣ سم ، احسب ارتفاع الأسطوانة.

3. أكمل مايأتى :

(١) المساحة الكلية لمكعب طول حرفه ٤ سم = ... سم^{٢}

(٢) المساحة الكلية لمتوازى مستطيلات أبعاده : ل ، ٢ل ، ٣ل من وحدات الطول = ... وحدة مربعة.

(٣) مساحة كرة طول نصف قطرها ٣,٥ سم = ... سم^{٢} ، $\pi = \frac{٢٢}{٧}$

(٤) حجم أسطوانة طول ارتفاعها يساوى طول نصف قطرها = π × ....

٤. أسطوانة دائرية قائمة حجمها ٧٢ π سم^{٢} ، ارتفاعها ٨ سم ، اوجد مساحتها الجانبية بدلالة π

٥. في الشكل المقابل :

م دائرة مرسومة داخل مربع

مساحته ١٠٠ سم^{٢} ، اوجد :

(أ) محيط الدائرة (π = ٣,١٤)

(ب) مساحة المنطقة المظللة

أ د ب جـ هـ و م

إجابة تدريب (١) : (أ) ١٠٠ سم^{٢} (ب) ١٥٠ سم^{٢}

إجابة تدريب (٢) : ٢٤٠ سم

إجابة تدريب (٣) : ١٤٤ π

إجابة تدريب (٤) : ٢٢٠ سم^{٢}

إجابة تمارين على الدرس العاشر

1. (١) (ب) ٦٤ (٢) (أ) ٦ (٣) (د) ٣٦ π (٤) (د) ٢ π نق^{٢}

2. ٤ سم

3. (١) ٩٦ (٢) ٢٢ ل^{٢} (٣) ١٥٤ (٤) نق^{٣} أو ع^{٣}

4. ٤٨ π

5. (أ) ٣١,٤ سم (ب) ٢١,٥ سم^{٢}

الدرس الحادى عشر: حل المعادلات والمتباينات من الدرجة الأولى في متغير واحد في ح

ملخص الدرس:

تذكر أن :
درجة المعادلة
عدد المتغيرات
مجموعة الحل

أولًا : **حل المعادلات من الدرجة الأولى في متغير واحد في ح** :

الصورة العامة لمعادلة الدرجة الأولى في متغير واحد

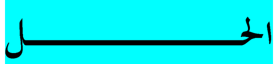
هي : أ س + ب = جـ ، أ ≠ صفر

مثال (١) :

أوجد في ح مجموعة حل المعادلة : ٢س + ١ = ٧

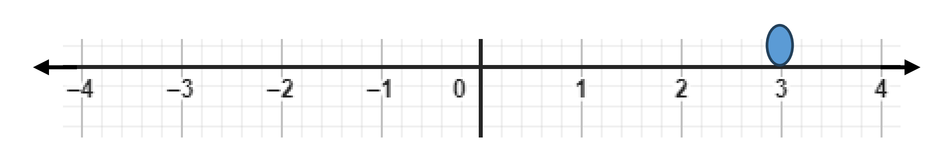
ومثل الحل على خط الأعداد





٢س + ١ = ٧ ⟵ ٢س = ٧ −١ ⟵ ٢س = ٦

س = ٣ مجموعة الحل = { ٣ }



تدريب (١) :

أوجد في ح مجموعة حل المعادلة : ٣س + ١ = −٥ ومثل الحل على خط الأعداد

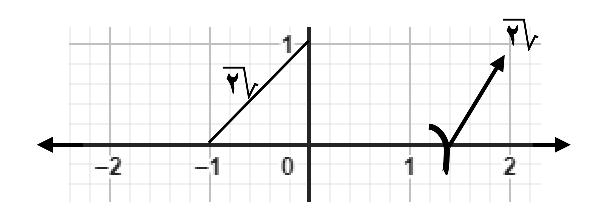
مثال (٢) :

أوجد في ح مجموعة حل المعادلة : $\sqrt{٢}$ س − ١ = ١ ومثل الحل على خط الأعداد



$\sqrt{٢}$ س − ١ = ١ ⟵ $\sqrt{٢}$ س = ١+١ ⟵ $\sqrt{٢}$ س = ٢

س = $\frac{2}{\sqrt{٢}} \times \frac{\sqrt{٢}}{\sqrt{٢}}$ = $\sqrt{٢}$ مجموعة الحل = { $\sqrt{٢}$ }



تدريب (٢) :

أوجد في ح مجموعة حل المعادلة : √٣ س + ١ = ٤ ومثل الحل على خط الأعداد

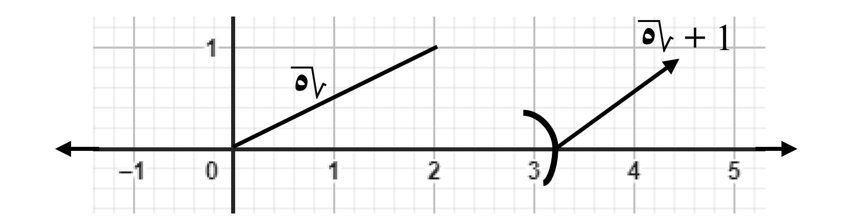
مثال (٣) :

أوجد في ح مجموعة حل المعادلة : س − √٥ = ١ ومثل الحل على خط الأعداد

الحـــــــــــل

س − √٥ = ١ ⬅ س = ١+ √٥

مجموعة الحل = { ١ + √٥ }



تدريب (٣) :

أوجد في ح مجموعة حل المعادلة : س − √٣ = ٢ ومثل الحل على خط الأعداد

ثانياً : حل المتباينات من الدرجة الأولى في متغير واحد في ح :

- أمثلة لمتباينات من الدرجة الأولى في متغير واحد
  - ❖ ٢س − ١ > ٣
  - ❖ ٣س + ٢ < ٥
  - ❖ ٧س − ١ ≤ ٥
  - ❖ ٣س + ١ ≥ ٢
  - ، ....

تذكر أن :

إذا كان : أ ، ب ، جـ أعداد حقيقية فإن :

(١) أ < ب ⬅ أ + جـ < ب + جـ

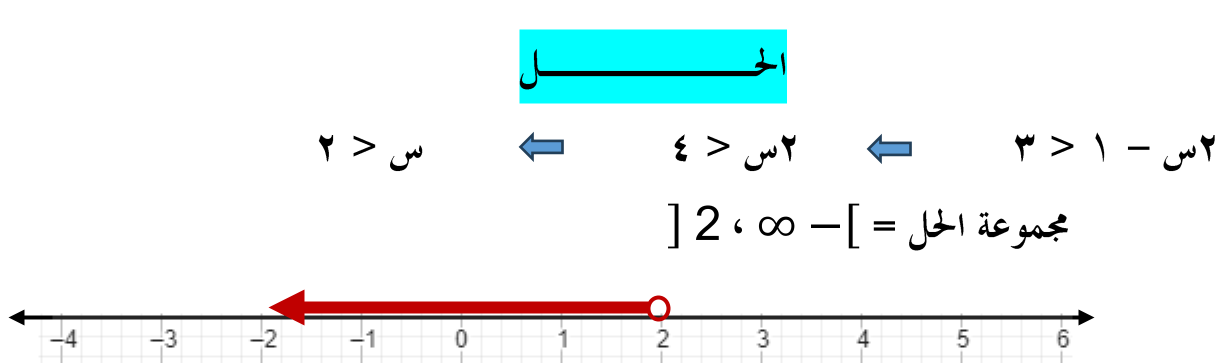
(٢) أ < ب ⬅ أ − جـ < ب − جـ

(٣) أ < ب ، جـ > ٠ ⬅ أ جـ < ب جـ

(٤) أ < ب ، جـ < ٠ ⬅ أ جـ > ب جـ

مثال (٤) :

أوجد في ح مجموعة حل المتباينة : ٢س – ١ > ٣ ومثل الحل على خط الأعداد



تدريب (٤) :

أوجد في ح مجموعة حل المتباينة : ٢س + ٣ ≤ ١ ومثل الحل على خط الأعداد

مثال (٥) :

أوجد في ح مجموعة حل المتباينة : –١ ≤ ٢س +١ > ٥ ومثل الحل على خط الأعداد

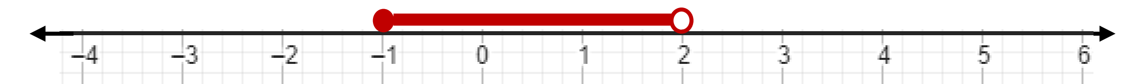
الحـــــــــل

–١ ≤ ٢س +١ > ٥ بطرح ١

⇐ –٢ ≤ ٢س > ٤ بالقسمة على ٢

⇐ –١ ≤ س > ٢

مجموعة الحل = [– 1 ، 2 [



تدريب (٥) :

أوجد في ح مجموعة حل المتباينة : ٤ > ٣س +٤ > ٧ ومثل الحل على خط الأعداد

مثال (٦) :

أوجد في ح مجموعة حل المتباينة : ٥س –٣ > ٢س + ٩ ومثل الحل على خط الأعداد



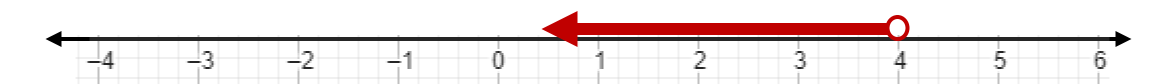
٥س –٣ > ٢س + ٩ بطرح ٢س

⇐ ٣س –٣ > ٩ إضافة ٣

⇐ ٣س > ١٢ بالقسمة على ٣

⇐ س > ٤

مجموعة الحل =]– ∞ ، 4 [



تدريب (٦) :

أوجد في ح مجموعة حل المتباينة : ٣ – ٤س ≥ س – ٢ ومثل الحل على خط الأعداد



تمارين على الدرس الحادى عشر

1. اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) مجموعة حل المعادلة : $\sqrt{٢}$ س = ٤ في ع هي ....

(أ) { ٢ $\sqrt{٢}$ } (ب) { ٤ $\sqrt{٢}$ } (جـ) { $\sqrt{٢}$ } (د) $\emptyset$

(٢) إذا كانت س ∈ ع ، س ∈ [2 ، ∞[فإن ....

(أ) س > ٢ (ب) س < ٢ (جـ) س ≥ ٢ (د) س ≤ ٢

(٣) مجموعة حل المتباينة : –٢س ≥ –٨ هى ....

(أ) [–8 ، –2] (ب)]4 ، ∞[(جـ)]–∞ ، –4] (د) [4 ، ∞[

2. أكمل مايأتى :

(١) مجموعة حل المتباينة : س ≤ ٢ في ع هي الفترة ....

(٢) إذا كان : ٢ > س > ٥ فإن : .... > ٢س – ٣ > ....

(٣) مجموعة حل المعادلة : س –٢ = |– $\sqrt{٢}$| في ع هي ....

(٤) مجموعة حل المتباينة : ١ – س > ١ في ع هي الفترة ....

3. أوجد في ع مجموعة حل المعادلات الآتية ومثل الحل على خط الأعداد :

(أ) ٢ $\sqrt{٢}$ س – ١ = ٣ (ب) س – ١ = ٢ $\sqrt{٥}$

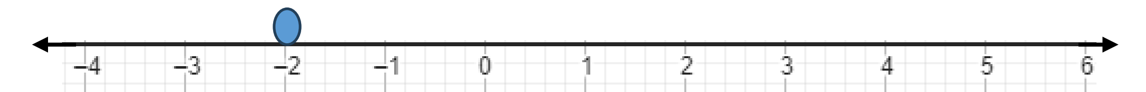
4. أوجد في ع مجموعة حل المتباينات الآتية ومثل الحل على خط الأعداد :

(أ) ١ – ٥س > ٦ (ب) ١ ≤ ٣ – ٢س > ٥

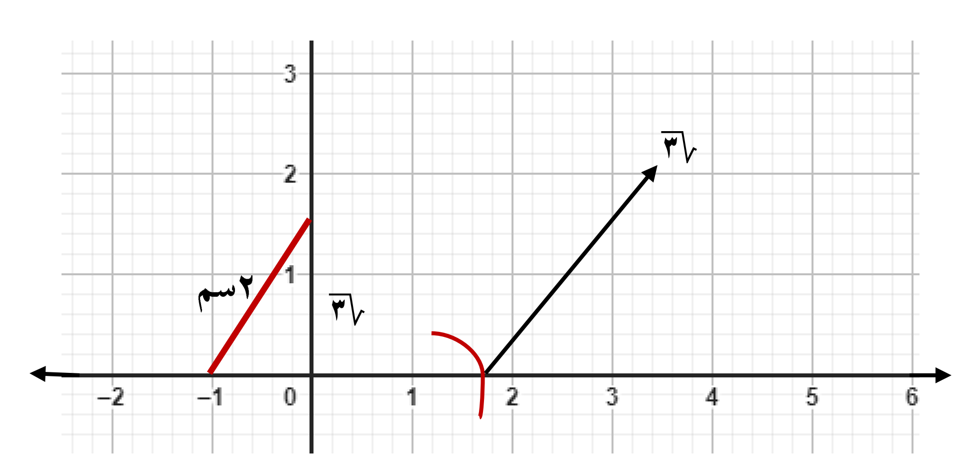
(جـ) $\sqrt[٣]{-١}$ ≤ س + ١ ≤ $\sqrt{٩}$



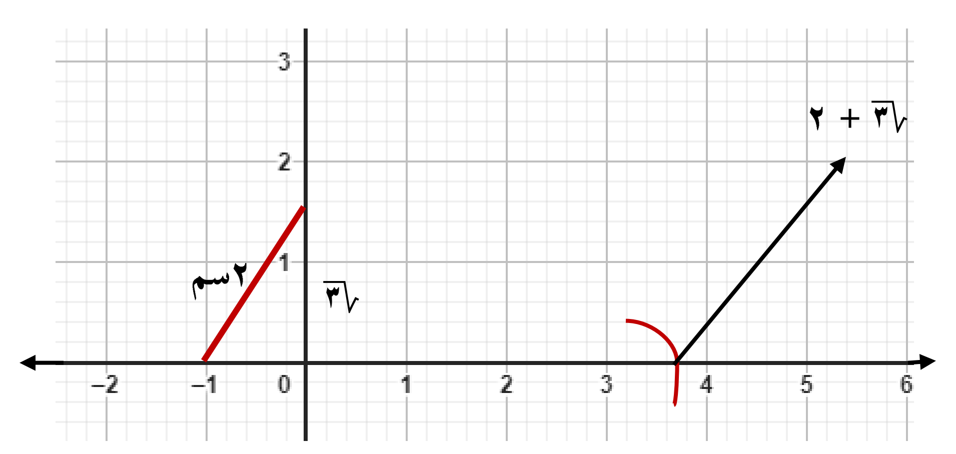
إجابة تدريب (١) : مجموعة الحل = { −٢ }



إجابة تدريب (٢) : مجموعة الحل = { $\sqrt{٣}$ }

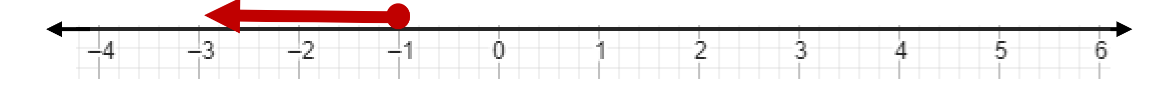


إجابة تدريب (٣) : مجموعة الحل = { $\sqrt{٣}$ + ٢ }

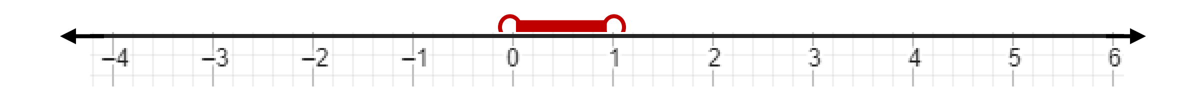




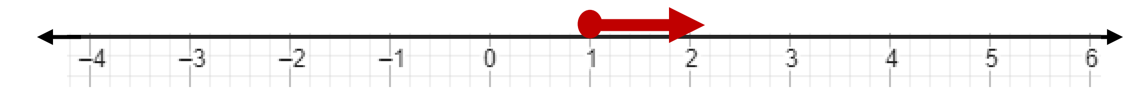
إجابة تدريب (٤) : مجموعة الحل =]−∞ ، −1 [



إجابة تدريب (٥) : مجموعة الحل =] 1 ، 0 [



إجابة تدريب (٦) : مجموعة الحل =] ∞ ، 1]

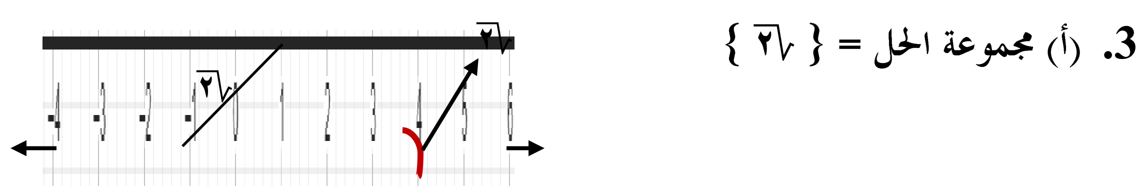


إجابة تمارين على الدرس الحادى عشر

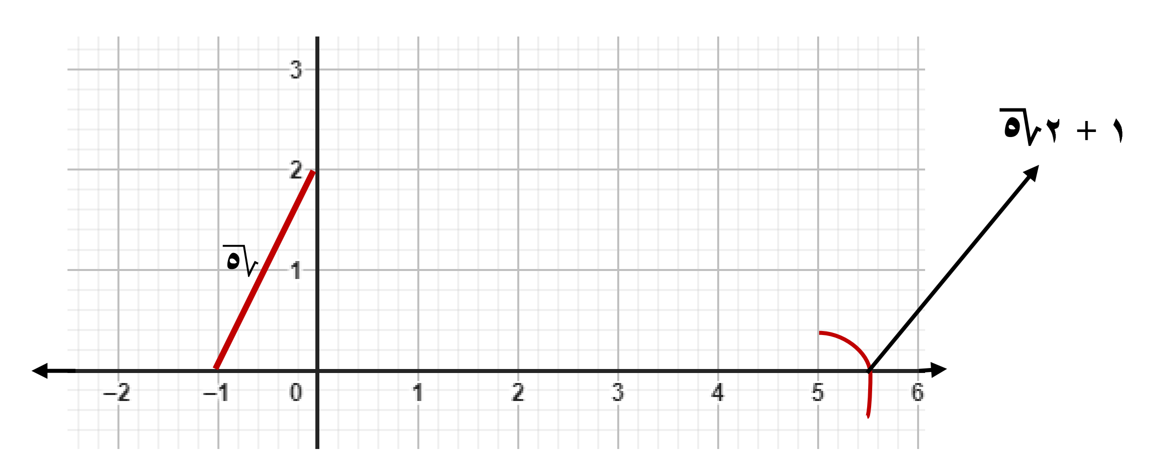
.1 (١) (أ) { ٢√٢ }   (٢) (د) س ≥ ٢   (٣) (د)] ∞ ، 4]

.2 (١)] ∞ ، 2]   (٢) ١ < ٢س − ٣ < ٧   (٣) { ٢ + ٢√ }   (٤)] 0 ، ∞ − [

.3 (أ) مجموعة الحل = { ٢√ }

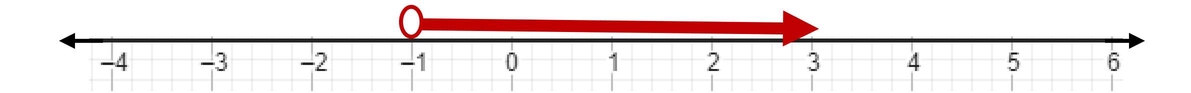


(ب) مجموعة الحل = { ١ + ٢√٥ }

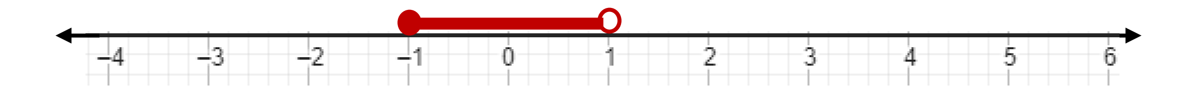




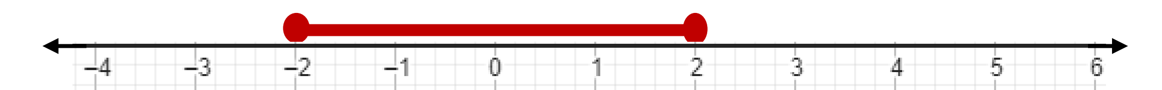
4. (أ) مجموعة الحل = $]-1 ، \infty[$



(ب) مجموعة الحل = $[-1 ، 1[$



(جـ) مجموعة الحل = $[-2 ، 2]$



تمارين على الوحدة الأولى

1. اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) $\sqrt[3]{-٨} = -\sqrt{....}$

(أ) −٢ (ب) ٢ (جـ) ٤ (د) −٤

(٢) العدد غير النسبى الذى يقع بين العددين ٣ ، ٤ هو العدد ....

(أ) $\sqrt{٨}$ (ب) ٣,٥ (جـ) $\sqrt{١٣}$ (د) $\sqrt{١٧}$

(٣) المربع الذى مساحته ٤٩ سم² يكون طول ضلعه = ... سم

(أ) ٤ (ب) ٥ (جـ) ٦ (د) ٧

(٤) النقطة التي تمثل العدد $\sqrt[3]{٢٧}$ على خط الأعداد هي نفس النقطة التي تمثل العدد ....

(أ) $\sqrt{٣}$ (ب) $\sqrt[3]{٣}$ (جـ) $\sqrt{٩}$ (د) $-\sqrt{٩}$

(٥) [5 ، 3] − { ٣ ، ٥ } = ...

(أ) [5 ، 3 [(ب)] 5 ، 3 [(جـ)] 5 ، 3] (د) Ø

(٦) [4 ، 1] ∩ { ٤ ، ٥ } = ...

(أ) { ٤ } (ب) { ٥ } (جـ) { ٤ ، ٥ } (د)] 4 ، 1 [

2. أكمل مايأتى :

(١) $\sqrt{٧} + (-\sqrt{٧})$ = ...

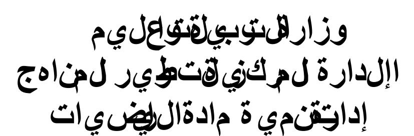
(٢) كرة حجمها $\frac{9}{2}\pi$ سم³ يكون طول نصف قطرها يساوى .... سم

(٣) مجموعة حل المعادلة : س − $\sqrt{٢}$ = ١ في ع هي ....

(٤) مجموعة حل المتباينة : ١ − س > ٤ في ع هي الفترة ....

(٥) $(\sqrt{٥} + \sqrt{٣})^2$ = ٨ + ...

(٦) $(٢\sqrt{٣} - ١)^2$ = ١٣ − ....





3. أوجد في أبسط صورة : $\sqrt[٣]{٥٤} + ٤ \sqrt[٣]{\frac{1}{4}} - \sqrt[٣]{-٢}$

4. إذا كان : أ = $\sqrt{٣} + \sqrt{٢}$ ، ب = $\sqrt{٣} - \sqrt{٢}$ أوجد قيمة المقدار : $أ^{٢} - أ\,ب + ب^{٢}$

5. إذا كانت : س = [– 1 ، 4] ، ص = [3 ، ∞ [استخدم خط الأعداد لايجاد :

(أ) س ∩ ص　　　　(ب) س ∪ ص

6. أوجد مجموعة الحل في ح لكل مما يأتي مع تمثيل الحل على خط الأعداد :

(أ) $\sqrt{٣}$ س – ١ = ٥　　　　(ب) ١ > ٥ – س ≥ ٣

7. إسطوانة دائرية قائمة ، طول قطر قاعدتها ١٤سم ، ارتفاعها ١٠سم احسب حجمها　($\pi = \frac{22}{7}$)



اختبار (١) على الوحدة الأولى

1. اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) ح − $ح^{+}$ = ...

(أ) $ح^{-}$ (ب) ح (جـ) ∅ (د) $ح^{-}$ ∪ { ٠ }

(٢) المعكوس الجمعي للعدد (١ − $\sqrt{٣}$) هو العدد ....

(أ) ١ + $\sqrt{٣}$ (ب) $\sqrt{٣}$ − ١ (جـ) −١ − $\sqrt{٣}$ (د) $\frac{1}{1-\sqrt{٣}}$

(٣) [2 ، 5] −]2 ، 5[= .... سم

(أ) [2 ، 5[(ب)]2 ، 5] (جـ) ∅ (د) { ٢ ، ٥ }

(٤) مجموعة حل المعادلة : $\sqrt{٢}$ س = ٢ في ح هى ....

(أ) { ٢ } (ب) { −٢ } (جـ) { $\sqrt{٢}$ } (د) { − $\sqrt{٢}$ }

(٥) أسطوانة دائرية قائمة طول نصف قطرها يساوى ارتفاعها فإن حجمها = ... وحدة مكعبة

(أ) π $نق^{٣}$ (ب) ٢ π $نق^{٢}$ (جـ) ٢ π $نق^{٣}$ (د) $\frac{1}{2}$ π $نق^{٣}$

2. أكمل مايأتي :

(١) مرافق العدد : $\sqrt{٣}$ − ١ هو العدد ....

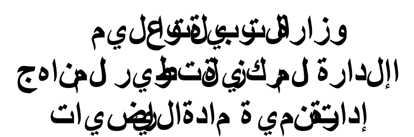
(٢) $(١ − \sqrt{٢})^{٢}$ = ٣ − ....

(٣) مجموعة حل المتباينة : س + ١ > − ١ في ح هي الفترة ....

(٤) مكعب حجمه ٦٤ $سم^{٣}$ تكون مساحته الجانبية = ... $سم^{٢}$

(٥) $\sqrt{١١}$ ينحصر بين العددين النسبيين المتتاليين .... ، ....

3. مستخدمًا خط الأعداد أوجد :]−1 ، 3] ∪ [0 ، 5] على صورة فترة ....

4. إذا كانت : $س = \frac{٣\sqrt{٥} + ٥\sqrt{٢}}{\sqrt{٥}}$ ، $ص = \frac{٢\sqrt{٥} - ٣\sqrt{٢}}{\sqrt{٢}}$ أثبت أن : $\frac{س^{٢} + ص^{٢}}{س ص} = ٣٨$

5. أوجد في ح مجموعة حل كلًا مما يأتي :

(١) $٢ - \sqrt{٣}\, س = ٥$ (٢) $٣ < ٢س + ١ \le ٩$



اختبار (٢) على الوحدة الأولى

1. اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) [3 ، 4] − [4 ، 5 [= ....

(أ) [3 ، 4 [(ب) { ٤ } (جـ) { ٣ ، ٤ } (د) { ٣ ، ٥ }

(٢) الصفر ....] − 1 ، 1 [

(أ) $\in$ (ب) $\notin$ (جـ) $\subset$ (د) $\not\subset$

(٣) المعكوس الضربي للعدد $\frac{-١}{\sqrt{٣}}$ هو العدد ....

(أ) $-\sqrt{٣}$ (ب) $\sqrt{٣}$ (جـ) $\frac{١}{\sqrt{٣}}$ (د) $\frac{1}{3}$

(٤) مجموعة حل المتباينة : س > صفر في ح هي ....

(أ) $\emptyset$ (ب) ح (جـ) $ح^{+}$ (د) $ح^{-}$

(٥) مساحة سطح كرة طول نصف قطرها ١٠ سم = ... $سم^{٢}$

(أ) ٤٠ π (ب) ٤٠٠ π (جـ) ٤ π (د) ١٠٠ π

2. أكمل مايأتي :

(١) ($\sqrt{٣}$ + ١) ($\sqrt{٣}$ − ١) = ...

(٢)] − ∞ ، − 3 [∩] 3 ، ∞ [= ....

(٣) $\sqrt[٣]{-٦٤}$ = − $\sqrt{......}$

(٤) حجم متوازى المستطيلات والذى أبعاده $\sqrt{٢}$ سم ، $\sqrt{٥}$ سم ، $\sqrt{١٠}$ سم = ... $سم^{٣}$

(٥) إذا كانت : س = $\sqrt[٣]{٢}$ + ١ ، ص = $\sqrt[٣]{٢}$ − ١ فإن : $(س + ص)^{٣}$ = ...

3. مستعيناً بخط الأعداد أوجد :] − 1 ، 3] ∪ [0 ، 5] على صورة فترة ....



4. إذا كانت : س = $\frac{٤}{٣ + \sqrt{٥}}$ ، ص = $٣ + \sqrt{٥}$ أثبت أن : س ، ص عددان مترافقان.

5. أوجد في ح مجموعة حل كلًا مما يأتي :

(١) $٢ + \sqrt{٣}\,س = ٨$

(٢) $٧ < ٣س + ١ \le ١٣$



إجابات تمارين على الوحدة الأولى

1. (١) ٤ (٢) $\sqrt{١٣}$ (٣) ٧ (٤) $\sqrt{٩}$ (٥) $]5 ، 3[$ (٦) $\{٤\}$
2. (١) صفر (٢) $\frac{3}{2}$ (٣) $\{١ + \sqrt{٢}\}$ (٤) $]-\infty ، -3]$ (٥) $٢\sqrt{١٥}$
   (٦) $٤\sqrt{٣}$
3. $٦\sqrt[٣]{٢}$
4. ٩
5. (أ) $[3 ، 4]$ (ب) $]-1 ، \infty[$
6. (أ) $\{٢\sqrt{٣}\}$ (ب) $[2 ، 4]$
7. ١٥٤٠ سم^٣

إجابات اختبار (١) على الوحدة الأولى

1. (١) $ح^- \cup \{٠\}$ (٢) $\sqrt{٣} - ١$ (٣) $\{٢ ، ٥\}$ (٤) $\{\sqrt{٢}\}$ (٥) π نق^٣
2. (١) $-\sqrt{٣} - ١$ (٢) $٢\sqrt{٢}$ (٣) $]-2 ، \infty[$ (٤) ٦٤ (٥) ٣ ، ٤
3. $]-1 ، 5]$
4. $س^٢ = ١٩ + ٦\sqrt{١٠}$ ، $ص^٢ = ١٩ - ٦\sqrt{١٠}$ ، س ص = ١

   $\therefore \frac{س^٢ + ص^٢}{س ص} = ٣٨$
5. (١) $\{-\sqrt{٣}\}$ (٢) $]1 ، 4]$

إجابات اختبار (٢) على الوحدة الأولى

.1 (١) $[3 ، 4]$ (٢) $\ni$ (٣) $-\sqrt{٣}$ (٤) $ع^{-}$ (٥) $٤٠٠\ \pi$

.2 (١) ٢   (٢) $\emptyset$ (٣) ١٦   (٤) ١٠   (٥) ١٦

.3 $[-1 ، 5]$

.4 $س = \frac{٤}{٣ + \sqrt{٥}} \times \frac{٣ - \sqrt{٥}}{٣ - \sqrt{٥}} = ٣ - \sqrt{٥}$ $\therefore$ س ، ص مترافقان

.5 (١) $\{ ٢\sqrt{٣} \}$ (٢) $[2 ، 4[$